

SAMPLE CONTENT

PRECISE



गणित (भाग - १)

पाठ्यपुस्तक व बोर्डच्या कृतिपत्रिका आराखडच्यावर आधारित



Published by:

LAZY BONE EDUCATION

PRECISE
गणित भाग - I

इयत्ता दहावी (मराठी माध्यम)

ठळक वैशिष्ट्ये

- ☞ बोर्डाच्या अद्ययावत प्रश्नपत्रिका प्रारूपावर आधारित
- ☞ सर्व सरावसंच व संकीर्ण प्रश्नसंग्रहांतील प्रश्नांची सविस्तर उकल उपलब्ध
- ☞ सरावासाठी अधिक उदाहरणे, कृती आणि बहुपर्यायी प्रश्नांचा समावेश
- ☞ प्रश्नांची गुणांसहित मांडणी
- ☞ आळ्हानात्मक प्रश्नांच्या अधिकाधिक सरावाकरता स्वतंत्र पाठाचा समावेश
- ☞ झटपट उजळणीकरता महत्त्वाची सूत्रे हा स्वतंत्र पाठ अंतर्भूत
- ☞ उत्तरे पडताळून पाहण्यासाठी 'पडताळा' समाविष्ट
- ☞ सरावसंचांच्या आधी 'स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण' समाविष्ट
- ☞ बोर्डाच्या परीक्षांमध्ये विचारलेल्या प्रश्नांचा उत्तरांसहित समावेश
- ☞ मार्च २०२३ ची बोर्डाची प्रश्नपत्रिका समाविष्ट (Q.R. Code द्वारा उत्तरपत्रिका उपलब्ध)

Printed at: **Print to Print**, Mumbai

© Lazy Bone Education

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, C.D. ROM/Audio Video Cassettes or electronic, mechanical including photocopying; recording or by any information storage and retrieval system without permission in writing from the Publisher.

प्रस्तावना

इयत्ता दहावीच्या गणित भाग – I या विषयाचे दिलेल्या अभ्यासक्रमातील संपूर्ण गणिती संकल्पना स्पष्ट करणारे व सुटसुटीत मांडणी असलेले पुस्तक तयार करणे हा आमच्यासाठी एक आनंददायी आणि सर्जनशील अनुभव होता. ज्ञानरचनावादी अभ्यासक्रम आणि अद्ययावत प्रश्नपत्रिका आराखड्यावर लक्ष केंद्रित करून विद्यार्थ्यांना सर्वांगीने नवीन असे अभ्यासपूरक साहित्य उपलब्ध करून देणे हा या पुस्तक निर्मितीमागील मुख्य उद्देश आहे.

गणित भाग – I पुस्तकात दोन चलांतील रेषीय समीकरणे, वर्गसमीकरणे, अंकगणिती श्रेढी, अर्थनियोजन, संभाव्यता आणि सांख्यिकी या घटकांचा अभ्यास करावयाचा आहे. या घटकांच्या अभ्यासासाठी त्यासंबंधित संकल्पना, परिभाषा आणि सूत्रांचे सखोल आकलन होणे आवश्यक आहे, म्हणूनच अध्ययन सोपे करण्यासाठी आणि विद्यार्थ्यांचा आत्मविश्वास उंचावण्यासाठी व्यापक दृष्टिकोनातून तयार केलेले लेझी बोन एज्युकेशनचे PRECISE गणित भाग- I: इयत्ता दहावी हे परिपूर्ण मार्गदर्शक आपल्या हाती देताना आम्हांला आनंद होत आहे.

या पुस्तकात विविध प्रश्नप्रकारांचा समावेश केला आहे; या प्रश्नप्रकारांमुळे विद्यार्थ्यांच्या गणितविषयक संकल्पना दृढ होण्यास मदत होईल.

या पुस्तकाचे अंतरंग उलगडणारी काही ठळक वैशिष्ट्ये पुढे देण्यात आली आहेत. ही वैशिष्ट्ये पुस्तकातील वैविध्यपूर्ण घटकांशी विद्यार्थ्यांचा परिचय घडवून आणतील. या वैशिष्ट्यांमुळे पुस्तकाचा आराखडा समजून घेण्यास विद्यार्थ्यांना मदत होईल. परिणामी, अध्ययनास योग्य दिशा मिळून पुस्तकाचा अधिकाधिक फायदा करून घेणे विद्यार्थ्यांना सहज शक्य होईल.

हे पुस्तक परिपूर्ण करण्यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत, तरी पुस्तक अधिकाधिक उत्कृष्ट व्हावे, यासाठी आपल्या सूचना स्वागतार्ह आहेत. याकरिता आपला अभिप्राय support@lazybone.in या इ-मेल पत्त्यावर पाठवावा ही नम्र विनंती.

अभिनव अभ्यासासाठी विद्यार्थ्यांना खूप शुभेच्छा !

प्रकाशक

आवृत्ती: तृतीय

Disclaimer

This reference book is transformative work based on 'गणित भाग - I; पुनर्मुद्रण २०२२' published by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. We the publishers are making this reference book which constitutes as fair use of textual contents which are transformed by adding and elaborating, with a view to simplify the same to enable the students to understand, memorize and reproduce the same in examinations.

This work is purely inspired upon the course work as prescribed by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. Every care has been taken in the publication of this reference book by the Authors while creating the contents. The Authors and the Publishers shall not be responsible for any loss or damages caused to any person on account of errors or omissions which might have crept in or disagreement of any third party on the point of view expressed in the reference book.

© reserved with the Publisher for all the contents created by our Authors.

No copyright is claimed in the textual contents which are presented as part of fair dealing with a view to provide best supplementary study material for the benefit of students.

अद्यावत प्रश्नपत्रिका आराखडा

विद्यार्थ्यांना परीक्षेचे स्वरूप समजण्याकरता नवीन प्रश्नपत्रिका आराखडा देण्यात आला आहे.

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेली उदाहरणे प्रश्न सोडवण्याकरता आवश्यक सखोल दृष्टिकोन मिळवून देतात.

पडताळा

आपले उत्तर तपासण्याकरता 'पडताळा' हे एक उत्तम तंत्र आहे. प्रश्नाच्या उत्तराची अचूकता पडताळण्याकरता हा आमचा एक लहानसा प्रयत्न आहे. 'पडताळा' या चिन्हाने दर्शवण्यात आला आहे.

एका गुणाचे प्रश्न

एका गुणाचे प्रश्न:

प्रकार A: लहान उकली किंवा गणिती संकल्पनांचे थेट उपयोजन असलेल्या बहुपर्यायी प्रश्नांचा समावेश यात करण्यात आला आहे.

प्रकार B: यामध्ये गणिती संकल्पनांच्या थेट उपयोजनासह संक्षिप्त उकली असणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश करण्यात आला आहे.

आव्हानात्मक प्रश्न

बोर्डाच्या परीक्षेतील आव्हानात्मक प्रश्नांच्या गुणांमधील वाढ लक्षात घेता त्यांचा अधिकाधिक सराव गरजेचा आहे. त्यासाठी 'आव्हानात्मक प्रश्नांचा' एक स्वतंत्र विभाग देण्यात आला आहे.

सरावासाठी कृती

नवीन प्रश्नपत्रिका आराखड्यावर आधारित विविध कृतींच्या सरावाकरता या विभागाचा समावेश केला आहे.

महत्त्वाची सूत्रे

सर्व पाठांमध्ये आलेली सूत्रे एकत्रितपणे 'महत्त्वाची सूत्रे' या शीर्षकांतर्गत पुस्तकाच्या शेवटी देण्यात आली आहेत. याद्वारे विद्यार्थ्यांना प्रश्न सोडवण्याकरता एक सुलभ साधन उपलब्ध होऊन परीक्षा तोंडावर असताना झटपट उजळणी करणे सहज शक्य होईल.

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

'सरावासाठी अधिक उदाहरणे' या विभागात सरावाकरता विद्यार्थ्यांना भरपूर प्रमाणात प्रश्न उपलब्ध करून दिले आहेत. पाठ्यपुस्तकातील सोडवून दिलेली उदाहरणे '+' या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

प्रश्नपत्रिका

बोर्डाच्या परीक्षांमध्ये विचारलेल्या प्रश्नांचा उत्तरांसहित समावेश केला आहे. मार्च २०२३ ची बोर्डाची प्रश्नपत्रिका समाविष्ट करण्यात आली आहे.

Q. R. Code

मार्च २०२३ च्या बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेची उत्तरे Q.R. Code च्या माध्यमातून देण्यात आली आहेत.

ठळक वैशिष्ट्ये

मूल्यमापन योजना

2019 - 2020 व त्या पुढील परीक्षांसाठी

गणित - भाग I	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
गणित - भाग II	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
अंतर्गत मूल्यमापन	20 गुण		
एकूण	100 गुण		

अंतर्गत मूल्यमापन योजना खालीलप्रमाणे राहील:

- 2 गृहाठ कृती [एक गणित भाग – I वर आधारित व एक गणित भाग – II वर आधारित (प्रत्येकी 5 गुण) – 10 गुण]
- प्रात्यक्षिक परीक्षा/ बहुपर्यायी प्रश्न (गणित भाग - I साठी 10 गुणांची आणि गणित भाग - II साठी 10 गुणांची) घेऊन त्या परीक्षांतील 20 गुणांचे रूपांतर 10 गुणांत करावे.

प्रश्नपत्रिकेचा आराखडा

प्रश्न क्रमांक	प्रश्नांचे स्वरूप	गुण	विकल्पांसह गुण
1.	(A) 4 पैकी 4 बहुपर्यायी प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणाचे प्रश्न)	04	04
	(B) 4 पैकी 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणाचे प्रश्न)	04	04
2.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 3 पैकी 2 कृती करा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
	(B) 5 पैकी कोणतेही 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	08	10
3.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 2 पैकी 1 कृती करा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	(B) 4 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	06	12
4.	3 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 4 गुणांचे प्रश्न) [पाठ्यपुस्तकाबाहेरील प्रश्न]	08	12
5.	2 पैकी कोणताही 1 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	एकूण गुण	40	60

प्रश्नपत्रिकेतील गुणांची प्रश्नांच्या काठिण्यपातळीनुसार व उद्दिष्टानुसार गुणविभागणी खालीलप्रमाणे राहील.

प्रश्नांच्या काठिण्यपातळीनुसार गुणविभागणी	उद्दिष्टे	गणित भाग – I
सोपे प्रश्न	40%	ज्ञान 20%
मध्यम प्रश्न	40%	आकलन 30%
कठीण प्रश्न	20%	उपयोजन 40%
		कौशल्य 10%

[महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे - ०४]

प्रकरणनिहाय गुणविभागणी

अनु. क्र	प्रकरण	विकल्पांसहित गुण
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	12
2	वर्गसमीकरणे	12
3	अंकगणिती श्रेढी	08
4	अर्थनियोजन	08
5	संभाव्यता	08
6	सांख्यिकी	12
	एकूण	60

टीप: वरील सारणीत दिलेल्या प्रकरणनिहाय गुणविभागणीमध्ये जास्तीत जास्त 2 गुणांचा बदल करण्याचे स्वातंत्र्य राहील.

अनुक्रमणिका

क्रमांक	प्रकरण	पृष्ठ क्र.
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	1
2	वर्गसमीकरणे	46
3	अंकगणिती श्रेढी	83
4	अर्थनियोजन	109
5	संभाव्यता	142
6	सांख्यिकी	164
	आव्हानात्मक प्रश्न	225
	महत्त्वाची सूत्रे	249
	मार्च २०२३ च्या बोर्ड प्रश्नपत्रिकेचा समावेश. (Q. R. Code द्वारा उत्तरपत्रिका उपलब्ध.)	251

पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेली उदाहरणे “+” या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

पडताळा या चिन्हाने दर्शवला आहे.

बोर्डाच्या परीक्षेला आत्मविश्वासाने सामोरे जाण्यासाठी नमुना प्रश्नपत्रिका सोडवणे हा एक उत्तम मार्ग आहे. शेजारील Q. R. Code कोड स्कॅन करून आमच्या “SSC 54 प्रश्नपत्रिका व कृतिपत्रिका उत्तरपत्रिकांसहित” याविषयी जाणून घ्या.



शेवटच्या क्षणी संपूर्ण पुस्तकाचा अभ्यास करणे अवघड वाटते का?

आमच्या “Important Question Bank (IQB)” या पुस्तकातून महत्त्वाच्या प्रश्नांची झटपट उजळणी करा. अधिक माहितीकरिता पुढील Q. R. Code स्कॅन करा.



Sample Content



चला, शिकूया.

- दोन चलांतील रेषीय समीकरणे सोडवण्याच्या पद्धती – आलेख पद्धत, क्रेमरची पद्धत.
- दोन चलांतील रेषीय समीकरणात रूपांतर करण्याजोगी समीकरणे.
- एकसामयिक समीकरणांचे उपयोजन.



जरा आठवूया

दोन चलांतील रेषीय समीकरण (Linear equation in two variables)

$ax + by + c = 0$ या समीकरणाला x व y या दोन चलांतील रेषीय समीकरण म्हणतात.

यामध्ये $a, b, c \in \mathbb{R}$ आणि $a \neq 0, b \neq 0$ असतात.

$ax + by + c = 0$ हे दोन चलांतील रेषीय समीकरणाचे सामान्यरूपही आहे.

उदा. i. $3x + 2y - 13 = 0$ ii. $5x - y - 14 = 0$

टीप: रेषीय समीकरणामध्ये दोन चले असतात व प्रत्येक पदाची कोटी 1 असते.



पाठ्यपुस्तकातील कृती

खालील सारणी पूर्ण करा.

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 1)

क्रमांक	समीकरण	दोन चलांतील रेषीय समीकरण आहे की नाही?	कारण
1	$4m + 3n = 12$	आहे	दोन चले, प्रत्येक चलाची कोटी 1 आहे.
2	$3x^2 - 7y = 13$	नाही	x या चलाची कोटी 2 आहे.
3	$\sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 16$	आहे	दोन चले, प्रत्येक चलाची कोटी 1 आहे.
4	$0x + 6y - 3 = 0$	नाही	y हे एकच चल वापरले आहे.
5	$0.3x + 0y - 36 = 0$	नाही	x हे एकच चल वापरले आहे.
6	$\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 4$	नाही	चलांची कोटी -1 आहे.
7	$4xy - 5y - 8 = 0$	नाही	xy ची कोटी 2 आहे.

एकसामयिक रेषीय समीकरणे (Simultaneous linear equations)

एकसामयिक रेषीय समीकरणे सोडवण्याच्या पद्धती:

चलाचा लोप करून:



स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

1. सोडवा: $4x - 5y = 172$; $5x - 4y = 251$

उकल:

$$4x - 5y = 172 \quad \dots(i)$$

$$5x - 4y = 251 \quad \dots(ii)$$

वरील उदाहरणात x व y चलांच्या सहगुणकांची

अदलाबदल केली आहे. अशा समीकरणांची एकदा

बेरीज व एकदा वजाबाकी केली असता दोन सोपी समीकरणे मिळतात. ही दोन सोपी समीकरणे सोडवली असता, दिलेल्या समीकरणाची उकल मिळते.

i. समीकरण (i) व समीकरण (ii) ची बेरीज करून,

$$4x - 5y = 172$$

$$+ 5x - 4y = 251$$

$$\hline 9x - 9y = 423$$

$$\therefore x - y = \frac{423}{9} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना } 9 \text{ ने भागून}]$$

$$\therefore x - y = 47 \quad \dots(iii)$$

- ii. समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,
- $$\begin{array}{r} 4x - 5y = 172 \\ 5x - 4y = 251 \\ \hline -x - y = -79 \end{array}$$
- $$\therefore x + y = 79 \quad \dots(\text{iv}) \quad [\text{दोन्ही बाजूना } -1 \text{ ने गुणून}]$$
- iii. समीकरण (iii) व समीकरण (iv) ची बेरीज करून,
- $$\begin{array}{r} x - y = 47 \\ + x + y = 79 \\ \hline 2x = 126 \end{array}$$
- $$\therefore x = \frac{126}{2} = 63$$
- iv. $x = 63$ ही किंमत समीकरण (iv) मध्ये ठेवून,
- $$\begin{array}{l} x + y = 79 \\ 63 + y = 79 \\ \therefore y = 79 - 63 = 16 \end{array}$$
- $$\therefore (x, y) = (63, 16) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.}$$



पाठ्यपुस्तकातील कृती

1. सोडवा: $3x + 2y = 29; 5x - y = 18$

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 3)

उकल:

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 29 \quad \dots(\text{i}) \\ \text{आणि} \quad 5x - y = 18 \quad \dots(\text{ii}) \end{array}$$

दिलेली समीकरणे y या चलाचा लोप करून सोडवू.
समीकरण (ii) ला 2 ने गुणून,

$$5x \times [2] - y \times [2] = 18 \times [2]$$

$$\therefore 10x - 2y = [36] \quad \dots(\text{iii})$$

समीकरणे (i) मध्ये समीकरणे (iii) मिळवू.

$$3x + 2y = 29$$

$$+ [10x] - [2y] = [36]$$

$$\boxed{13x} = \boxed{65}$$

$$\therefore x = \frac{65}{13} = \boxed{5}$$

$x = 5$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$3x + 2y = 29$$

$$\therefore 3 \times \boxed{5} + 2y = 29$$

$$\therefore \boxed{15} + 2y = 29$$

$$\therefore 2y = 29 - \boxed{15}$$

$$\therefore 2y = \boxed{14}$$

$$\therefore y = \frac{14}{2} = \boxed{7}$$

$$\therefore (x, y) = (\boxed{5}, \boxed{7}) \text{ ही उकल आहे.}$$

एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रूपात ठेवून:



स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

1. सोडवा: $3x + y = 14, 2x - 3y = 2$

उकल:

$$\begin{array}{l} i. \quad 3x + y = 14 \\ \therefore y = 14 - 3x \quad \dots(\text{i}) \\ 2x - 3y = 2 \quad \dots(\text{ii}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ii. \quad y = 14 - 3x \text{ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,} \\ 2x - 3(14 - 3x) = 2 \end{array}$$

$$\therefore 2x - 42 + 9x = 2$$

$$\therefore 2x + 9x = 2 + 42$$

$$\therefore 11x = 44$$

$$\therefore x = \frac{44}{11}$$

$$\therefore x = 4$$

$$iii. \quad x = 4 \text{ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,}$$

$$y = 14 - 3(4)$$

$$\therefore y = 14 - 12$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore (x, y) = (4, 2) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.}$$



सरावसंच 1.1

1. खालील कृती पूर्ण करून एकसामयिक समीकरण सोडवा. [3 गुण]

उकल:

$$5x + 3y = 9 \quad \dots(\text{i})$$

$$2x - 3y = 12 \quad \dots(\text{ii})$$

समीकरण (i) व समीकरण (ii) यांची बेरीज करू,

$$5x + 3y = 9$$

$$+ 2x - 3y = 12$$

$$\boxed{7x} = \boxed{21}$$

$$\therefore x = \frac{\boxed{21}}{7}$$

$$\therefore x = \boxed{3}$$

$x = 3$ समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$\therefore 5 \times \boxed{3} + 3y = 9$$

$$\therefore 3y = 9 - \boxed{15}$$

$$\therefore 3y = \boxed{-6}$$

$$\therefore y = \frac{\boxed{-6}}{3}$$

$$\therefore y = \boxed{-2}$$

$$\therefore (x, y) = (\boxed{3}, \boxed{-2}) \text{ ही समीकरणाची उकल आहे.}$$

Page no. **3** to **23** are purposely left blank.

To see complete chapter buy **Target Notes** or **Target E-Notes**

$$\therefore p = \frac{4}{2} = 2$$

$p = 2$ ही किंमत समीकरण (v) मध्ये ठेवून,

$$p + q = 3$$

$$2 + q = 3$$

$$\therefore q = 3 - 2 = 1$$

$$\therefore (p, q) = (2, 1)$$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$$2 = \frac{1}{x-2} \text{ आणि } 1 = \frac{1}{y+3}$$

$$\therefore 2(x-2) = 1 \text{ आणि } y+3 = 1$$

$$\therefore 2x-4 = 1 \text{ आणि } y = 1-3$$

$$\therefore 2x = 1+4 \text{ आणि } y = -2$$

$$\therefore 2x = 5 \text{ आणि } y = -2$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ आणि } y = -2$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{5}{2}, -2\right) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.}$$

iv. दिलेली एकसामयिक समीकरणे,

$$\frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4} \quad \dots(i)$$

$$\frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = -\frac{1}{8} \quad \dots(ii)$$

समजा, $\frac{1}{3x+y} = p$ आणि $\frac{1}{3x-y} = q$

समीकरण (i) आणि (ii) पुढीलप्रमाणे होतील,

$$p + q = \frac{3}{4} \quad \dots(iii)$$

$$\frac{1}{2}p - \frac{1}{2}q = -\frac{1}{8} \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iv) ला 2 ने गुणून,

$$p - q = -\frac{1}{4} \quad \dots(v)$$

समीकरण (iii) व समीकरण (v) ची बेरीज करून,

$$p + q = \frac{3}{4}$$

$$+ p - q = -\frac{1}{4}$$

$$2p = \frac{2}{4}$$

$$\therefore p = \frac{1}{4}$$

$p = \frac{1}{4}$ ही किंमत समीकरण (iii) मध्ये ठेवून,

$$p + q = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4} + q = \frac{3}{4}$$

$$\therefore q = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore (p, q) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{3x+y} \text{ आणि } \frac{1}{2} = \frac{1}{3x-y}$$

$$\therefore 3x+y = 4 \quad \dots(vi)$$

$$\text{आणि } 3x-y = 2 \quad \dots(vii)$$

समीकरण (vi) व समीकरण (vii) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{rcl} 3x+y & = & 4 \\ + 3x-y & = & 2 \\ \hline 6x & = & 6 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{6}{6} = 1$$

$x = 1$ ही किंमत समीकरण (vi) मध्ये ठेवून,

$$3x+y = 4$$

$$3(1)+y = 4$$

$$\therefore 3+y = 4$$

$$\therefore y = 4-3 = 1$$

$$\therefore (x, y) = (1, 1) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.}$$

जाणून घेऊया

एकसामयिक समीकरणांचे उपयोजन

(Application of simultaneous equations)

एकसामयिक समीकरणांच्या साहाय्याने शाब्दिक उदाहरणे सोडवण्यासाठी खालील पायऱ्यांचा उपयोग होतो.

पायरी 1 : प्रश्नाचे लक्षपूर्वक वाचन करून, माहीत नसलेले घटक शोधून त्यांच्यासाठी दोन चले निवडणे. (उदा. x, y आणि a, b इत्यादी.)

पायरी 2 : उदाहरणात दिलेल्या अटींचा उपयोग करून त्या सांख्यिकी स्वरूपात मांडणे आणि दोन चलांतील दोन रेषीय समीकरणे तयार करणे.

पायरी 3 : माहीत नसलेले घटक मिळवण्याकरता सुयोग्य पद्धत वापरून दोन एकसामयिक समीकरणे सोडवणे.

पायरी 4 : इष्ट उकल लिहिणे.

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

1. दोन संख्यांची बेरीज 10 असेल आणि त्यामधील फरक 6 असेल, तर त्या संख्या शोधा.

उकल:

पायरी 1 : प्रश्नाचे लक्षपूर्वक वाचन करून, माहीत नसलेले घटक शोधून त्यांच्यासाठी दोन चले निवडणे. (उदा. x, y आणि a, b इत्यादी.)

समजा, मोठी संख्या x आणि लहान संख्या y आहे.

पायरी 2 : उदाहरणात दिलेल्या अटींचा उपयोग करून त्या सांख्यिकी स्वरूपात मांडणे आणि दोन चलांतील दोन रेषीय समीकरणे तयार करणे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, दोन संख्यांची बेरीज 10 असेल.

$$\therefore x + y = 10 \quad \dots(i)$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, त्यामधील फरक 6 असेल.

$$\therefore x - y = 6 \quad \dots(ii)$$

पायरी 3 : माहीत नसलेले घटक मिळवण्याकरता सुयोग्य पद्धत वापरून दोन एकसामयिक समीकरणे सोडवणे.

समीकरण (i) व समीकरण (ii) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{r} x + y = 10 \\ + x - y = 6 \\ \hline 2x = 16 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{16}{2}$$

$$\therefore x = 8$$

$x = 8$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$8 + y = 10$$

$$\therefore y = 10 - 8 = 2$$

पायरी 4 : इष्ट उकल लिहिणे.

$$\therefore \text{त्या संख्या } 8 \text{ आणि } 2 \text{ आहेत.}$$



पाठ्यपुस्तकातील कृती

- पुढे चौकटीच्या खाली काही अटी दिल्या आहेत. त्यांवरून मिळणारी समीकरणे संबंधित चौकटीत लिहा. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 20)

$$\begin{aligned} x &= 2y - 8 \\ \therefore x - 2y &= -8 \end{aligned}$$

सार्थकचे वय साक्षीच्या वयाच्या दुपटीपेक्षा 8 वर्षांनी कमी आहे.

मी सार्थक.

माझे आजचे वय
 x वर्षे आहे.

मी साक्षी.

माझे आजचे वय
 y वर्षे आहे.

$$(y - 4) = (x - 4) - 3$$

$$\therefore x - y = 3$$

$$x + y = 25$$

4 वर्षांपूर्वी साक्षीचे वय सार्थक व साक्षी यांच्या आजच्या सार्थकपेक्षा 3 वर्षांनी कमी होते. वयांची बेरीज 25 वर्षे आहे.

सरावसंच 1.5

- दोन संख्यांमधील फरक 3 असून मोठ्या संख्येची तिप्पट आणि लहान संख्येची दुपट यांची बेरीज 19 आहे, तर त्या संख्या शोधा. [3 गुण]

उकल:

समजा, मोठी संख्या x व लहान संख्या y आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, दोन संख्यांमधील फरक 3 आहे.

- $x - y = 3 \quad \dots(i)$
दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, मोठ्या संख्येची तिप्पट आणि लहान संख्येची दुपट यांची बेरीज 19 आहे.

$$\therefore 3x + 2y = 19 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) ला 2 ने गुणून,

$$2x - 2y = 6 \quad \dots(iii)$$

समीकरण (ii) व (iii) ची बेरीज करून,

$$3x + 2y = 19$$

$$+ 2x - 2y = 6$$

$$5x = 25$$

$$\therefore x = \frac{25}{5}$$

$$\therefore x = 5$$

$x = 5$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$x - y = 3$$

$$5 - y = 3$$

$$\therefore 5 - 3 = y$$

$$\therefore y = 2$$

मोठी संख्या 5 व लहान संख्या 2 आहे.

- कृती पूर्ण करा.

$$2x + y + 8$$

मी आयत आहे.

x आणि y च्या किमती काढा.

$$4x - y$$

माझे क्षेत्रफळ व परिमिती काढा.

[4 गुण]

उकल:

आयताच्या समोरासमोरील बाजू समान लांबीच्या असतात.

$$\therefore 2x + y + 8 = 4x - y$$

$$\therefore 8 = 4x - 2x - y - y$$

$$\therefore 2x - 2y = 8$$

$$\therefore x - y = 4 \quad \dots(i) [\text{दोन्ही बाजूंना } 2 \text{ ने भागून}]$$

तसेच, $x + 4 = 2y$

$$\therefore x - 2y = -4 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,

$$x - y = 4$$

$$x - 2y = -4$$

$$- + +$$

$$y = 8$$

$$\begin{aligned}
 y &= 8 \text{ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,} \\
 x - y &= 4 \\
 x - 8 &= 4 \\
 \therefore x &= 4 + 8 \\
 \therefore x &= 12 \\
 \text{आता, आयताची लांबी} &= 4x - y = 4(12) - 8 = 48 - 8 \\
 \therefore \text{आयताची लांबी} &= 40 \\
 \text{आयताची रुंदी} &= 2y = 2(8) = 16 \\
 \text{आयताची परिमिती} &= 2(\text{लांबी} + \text{रुंदी}) = 2(40 + 16) \\
 &= 2(56) \\
 \therefore \text{आयताची परिमिती} &= 112 \text{ एकक} \\
 \text{आयताचे क्षेत्रफळ} &= \text{लांबी} \times \text{रुंदी} = 40 \times 16 \\
 \therefore \text{आयताचे क्षेत्रफळ} &= 640 \text{ चौ. एकक} \\
 \therefore x = 12 \text{ आणि } y = 8, \text{ आयताची परिमिती} &112 \text{ एकक} \\
 \text{असून आयताचे क्षेत्रफळ} &640 \text{ चौ. एकक आहे.}
 \end{aligned}$$

3. वडिलांच्या वयामध्ये मुलाच्या वयाची दुप्पट मिळवल्यास बेरीज 70 येते आणि मुलाच्या वयामध्ये वडिलांच्या वयाची दुप्पट मिळवल्यास बेरीज 95 येते, तर दोघांची आजची वये काढा. [3 गुण]

उकल:

समजा, वडिलांचे वय x वर्षे व मुलाचे वय y वर्षे आहे. दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, वडिलांच्या वयामध्ये मुलाच्या वयाची दुप्पट मिळवल्यास बेरीज 70 येते.

$$\begin{aligned}
 x + 2y &= 70 \quad \dots(i) \\
 \text{दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, मुलाच्या वयामध्ये वडिलांच्या} \\
 \text{वयाची दुप्पट मिळवल्यास बेरीज} &95 \text{ होते.} \\
 2x + y &= 95 \quad \dots(ii) \\
 \text{समीकरण (i) ला 2 ने गुणून,} & \\
 2x + 4y &= 140 \quad \dots(iii) \\
 \text{समीकरण (iii) मधून समीकरण (ii) वजा करून,} &
 \end{aligned}$$

$$2x + 4y = 140$$

$$2x + y = 95$$

$$\underline{\underline{- \quad - \quad -}}$$

$$3y = 45$$

$$y = \frac{45}{3} = 15$$

$y = 15$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$x + 2y = 70$$

$$x + 2(15) = 70$$

$$\therefore x + 30 = 70$$

$$\therefore x = 70 - 30$$

$$\therefore x = 40$$

वडिलांचे आजचे वय 40 वर्षे व मुलाचे आजचे वय 15 वर्षे आहे.

4. एका अपूर्णांकाचा छेद हा अंशाच्या दुपटीपेक्षा 4 ने मोठा आहे. जर अंश आणि छेद दोन्ही 6 ने कमी केले, तर छेद हा अंशाच्या 12 पट होतो, तर तो अपूर्णांक काढा. [मार्च 20] [3 गुण]

उकल:

समजा, अपूर्णांकाचा अंश x व छेद y आहे.

$$\therefore \text{अपूर्णांक} = \frac{x}{y}$$

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, अपूर्णांकाचा छेद हा अंशाच्या दुपटीपेक्षा 4 ने मोठा आहे.

$$\therefore y = 2x + 4$$

$$\therefore 2x - y = -4 \quad \dots(i)$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, अंश आणि छेद दोन्ही 6 ने कमी केले, तर छेद हा अंशाच्या 12 पट होतो.

$$\therefore (y - 6) = 12(x - 6)$$

$$y - 6 = 12x - 72$$

$$\therefore 12x - y = 72 - 6$$

$$\therefore 12x - y = 66 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) मधून समीकरण (i) वजा करून,

$$12x - y = 66$$

$$2x - y = -4$$

$$\underline{- \quad + \quad +}$$

$$10x = 70$$

$$\therefore x = \frac{70}{10} = 7$$

$x = 7$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$2x - y = -4$$

$$2(7) - y = -4$$

$$\therefore 14 - y = -4$$

$$\therefore 14 + 4 = y$$

$$\therefore y = 18$$

$$\therefore \text{अपूर्णांक} = \frac{x}{y} = \frac{7}{18}$$

\therefore तो अपूर्णांक $\frac{7}{18}$ आहे.

5. 10 टनांची क्षमता असणाऱ्या मालवाहू ट्रकमध्ये A आणि B अशा दोन विशिष्ट वजनाच्या पेटचा भरलेल्या आहेत. जर A प्रकारच्या 150 पेटचा व B प्रकारच्या 100 पेटचा भरल्या, तर ट्रकची 10 टनांची क्षमता पूर्ण होते. जर A प्रकारच्या 260 पेटचा भरल्या, तर तो ट्रक त्याच्या 10 टनांच्या पूर्ण क्षमतेने भरण्यास B प्रकारच्या 40 पेटचा लागतात, तर प्रत्येक प्रकारच्या पेटीचे वजन किती? [3 गुण]

उकल:

समजा, A प्रकारच्या पेटीचे वजन x किंवऱ्ये व B प्रकारच्या पेटीचे वजन y किंवऱ्ये मानू.

$$1 \text{ टन} = 1000 \text{ किंवऱ्ये}$$

Page no. **28** to **38** are purposely left blank.

To see complete chapter buy **Target Notes** or **Target E-Notes**

समीकरण (i) व (ii) ची बेरीज करून,

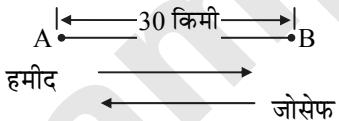
$$\begin{array}{rcl}
 3x - 5y & = & 0 \\
 + 5x + 5y & = & 3600 \\
 \hline
 8x & = & 3600 \\
 \therefore x & = & \frac{3600}{8} = 450
 \end{array}$$

$x = 450$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$\begin{array}{l}
 3x - 5y = 0 \\
 3(450) - 5y = 0 \\
 \therefore 1350 = 5y \\
 \therefore y = \frac{1350}{5} \\
 = 270 \\
 \therefore \text{कुशल कामगाराचा रोजगार } ₹ 450, \text{ तर अकुशल} \\
 \text{कामगाराचा रोजगार } ₹ 270 \text{ आहे.}
 \end{array}$$

- vi. एका सरळ रस्त्यावर A आणि B ही दोन ठिकाणे आहेत. त्यांतील अंतर 30 किमी आहे. हमीद मोटारसायकलने A पासून B च्या दिशेने जाण्यास निघतो. त्याच वेळी जोसेफ मोटारसायकलने B पासून A च्या दिशेने जाण्यास निघतो. ते दोघे 20 मिनिटांत एकमेकांना भेटतात. जोसेफ जर त्याच वेळी निघून विरुद्ध दिशेने गेला असता, तर त्याला हमीद तीन तासांनी भेटला असता, तर प्रत्येकाचा प्रवासाचा वेग किती होता? [4 गुण]

उकल:



1. क्रेमरच्या पद्धतीने खालील कृती पूर्ण करून $4m - 2n = -4$ आणि $4m + 3n = 16$ ही एकसामयिक समीकरणे सोडवा.
- [2 गुण]

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}, D_m = \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 16 & 3 \end{vmatrix} = 20,$$

$$D_n = \begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 4 & 16 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$$

$$m = \boxed{\quad}, n = \boxed{\quad}$$

समजा, हमीदचा वेग x किमी/तास व जोसेफचा वेग y किमी/तास आहे.

20 मिनिटांत हमीदने पार केलेले अंतर म्हणजेच

$$\frac{1}{3} \text{ तास} = \frac{1}{3} x \text{ किमी}$$

$$\text{जोसेफने } \frac{1}{3} \text{ तासात पार केलेले अंतर} = \frac{1}{3} y \text{ किमी}$$

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, A ते B मधील एकूण अंतर 30 किमी आहे.

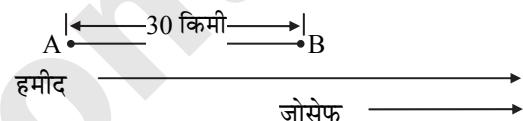
$$\therefore \frac{1}{3} x + \frac{1}{3} y = 30$$

$$\therefore x + y = 90 \quad \dots \text{(i)} [\text{दोन्ही बाजूना 3 ने गुणून}]$$

हमीदने 3 तासांत पार केलेले अंतर = $3x$ किमी

जोसेफने 3 तासांत पार केलेले अंतर = $3y$ किमी

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, जोसेफ जर त्याच वेळी विरुद्ध दिशेने निघून गेला असता हमीद त्याच्या तीन तासांनी भेटला असता.



$$\therefore 3x - 3y = 30$$

$$\therefore x - y = 10 \quad \dots \text{(ii)} [\text{दोन्ही बाजूना 3 ने भागून}]$$

समीकरण (i) व (ii) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{rcl}
 x + y & = & 90 \\
 + x - y & = & 10 \\
 \hline
 2x & = & 100
 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{100}{2} = 50$$

$x = 50$ समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$50 + y = 90$$

$$\therefore y = 90 - 50 = 40$$

हमीदचा वेग 50 किमी/तास व जोसेफचा वेग 40 किमी/तास आहे.

सरावासाठी कृती

2. निश्चयकाची किंमत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करून लिहा. [मार्च 22] [2 गुण]

कृती:

$$\begin{aligned}
 \left| \begin{array}{cc} 2\sqrt{3} & 9 \\ 2 & 3\sqrt{3} \end{array} \right| &= 2\sqrt{3} \times \boxed{\quad} - 9 \times \boxed{\quad} \\
 &= \boxed{\quad} - 18 \\
 &= \boxed{\quad}
 \end{aligned}$$

3. पुढे चौकटींच्या खाली काही अटी दिल्या आहेत. त्यांवरून मिळणारी समीकरणे संबंधित चौकटींत लिहा. [2 गुण]

लहान संख्या आणि मोठ्या संख्येची
दुष्ट यांची बेरीज 54 आहे.

x ही मोठी संख्या आहे. y ही लहान संख्या आहे. त्यांची बेरीज 12 आहे. मोठ्या संख्येचे लहान संख्येशी 32 आहे.

गुणोत्तर $\frac{11}{5}$ आहे.

4. दुर्गा अणि हरी यांच्या वयाचे गुणोत्तर 5:7 आहे. आणखी आठ वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचे गुणोत्तर 3:4 एवढे होईल. तर त्यांची आताची वये किती? [3 गुण]

दुर्गाचे आणि हरीचे आताचे वय अनुक्रमे x वर्षे आणि y वर्षे मानू. ∴ दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, दुर्गा आणि हरी यांच्या वयांचे गुणोत्तर 5 : 7 आहे.

∴ $\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$

∴ $\frac{x+8}{y+8} = \frac{3}{4}$... (i)

आठ वर्षांनंतर,

दुर्गाचे वय $= (x + 8)$ वर्षे
हरीचे वय $= (y + 8)$ वर्षे

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, 8 वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचे गुणोत्तर 3 : 4 असेल.

∴ $\frac{x+8}{y+8} = \frac{3}{4}$

∴ _____ ... (ii)
समीकरण (i) ला 3 ने आणि समीकरण (ii) ला 5 ने गुणून,
 $21x - 15y = 0$... (iii)
 $20x - 15y = -40$... (iv)
समीकरण (iii) मधून समीकरण (iv) वजा करून दुगांचे आताचे वय _____ वर्षे आणि हरीचे आताचे वय _____ वर्षे आहे.

5. खालील समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीनुसार सोडवा.

$$\begin{aligned} -3x + 14y &= 2 \\ 4x - 14y &= 2 \end{aligned} \quad [3 \text{ गुण}]$$

दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$$\begin{aligned} -3x + 14y &= 2 & \dots (i) \\ 4x - 14y &= 2 & \dots (ii) \end{aligned}$$

समीकरण (i) आणि (ii) हे $ax + by = c$ च्या रूपात आहेत. समीकरणाची $a_1x + b_1y = c_1$ आणि $a_2x + b_2y = c_2$ सोबत तुलना करून

$$a_1 = \boxed{}, b_1 = 14, c_1 = 2, a_2 = 4, b_2 = -14, c_2 = 2$$

$$\therefore D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 14 \\ 4 & -14 \end{vmatrix} = (-3)(-14) - (4)(14) = -14$$

$$\therefore Dx = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \boxed{}$$

$$\therefore Dy = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = \boxed{}$$

क्रेमरच्या पद्धतीनुसार,

$$x = \frac{\boxed{}}{D} = \boxed{}$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \boxed{}$$

एका गुणाचे प्रश्न

प्रकार A: बहुपर्यायी प्रश्न

1. खालील समीकरणे दोन चलांतील रेषीय समीकरणे आहेत की नाही ते ओळखा.
- (A) $\sqrt{3}x + \sqrt{5}y = 10$ (B) $5x - 0y - 14 = 0$
(C) $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 4$ (D) $3x^2 - 7y = 13$
2. जर $x + y = 10$ आणि $x - y = 12$, तर _____
(A) $x = 11, y = 1$ (B) $x = 11, y = -1$
(C) $x = -11, y = 1$ (D) $x = -11, y = -1$
3. जर $x - y = 10$ आणि $x = 2y$, तर _____
(A) $x = 20, y = 20$ (B) $x = 20, y = 10$
(C) $x = 20, y = 0$ (D) $x = -20, y = 10$

4. जर $11x + 4y = 33$ आणि $4x + 11y = 12$, तर $x + y =$
(A) 3 (B) -3 (C) 5 (D) -5
5. जर $15x + 12y = 9$ आणि $12x + 15y = 6$ असेल, तर $\frac{x-y}{x+y} =$
(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
6. जर $x = a, y = b$ ही $x - y = 2$ आणि $x + y = 4$, या समीकरणांची उकल असेल, तर a आणि b ची किंमत अनुक्रमे _____ असेल.
(A) 3 आणि 5 (B) 5 आणि 3
(C) 3 आणि 1 (D) -1 आणि -3
7. जर $3x + 5y = 4$ आणि $y = \frac{x}{5}$ असेल, तर $x =$
(A) 1 (B) -5 (C) 5 (D) -1

8. $2x + 3y = 12$ आणि y अक्ष या रेषांचा छेदनबिंदू
_____ आहे.
- (A) (0, 3) (B) (0, 4)
(C) (3, 0) (D) (4, 0)
9. $4x - 2y = 0$ या समीकरणाची उकल $(k, 5)$ असल्यास
' k ' ची किंमत काय?
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{5}{2}$
10. $2x - 6y = 3$ या समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी जर
 $y = 0$ असेल, तर $x =$ _____
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{2}{3}$
11. $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{vmatrix}$ ची किंमत काढा. [जुलै 19]
- (A) -1 (B) -41 (C) 41 (D) 1
12. $\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 4 \\ -1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} =$
 $\frac{1}{6}$
- (A) $\frac{7}{6}$ (B) $-\frac{7}{6}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $-\frac{1}{6}$
13. जर निश्चयांक $\begin{vmatrix} -3 & m \\ -5 & -4 \end{vmatrix}$ ची किंमत -18 आहे, तर m ची
किंमत _____ आहे.
- (A) 3 (B) -3 (C) 6 (D) -6
14. क्रेमरच्या पद्धतीने खालीलपैकी कोणत्या पर्यायाने
एकसामयिक समीकरणाची उकल मिळेल?
- (A) $x = \frac{D}{D_x}, y = \frac{D}{D_y}$, येथे $D \neq 0$
(B) $x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D}{D_y}$, येथे $D \neq 0$
(C) $x = \frac{D}{D_x}, y = \frac{D_y}{D}$, येथे $D \neq 0$
(D) $x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}$, येथे $D \neq 0$
15. क्रेमरची पद्धती वापरून $a_1x + b_1y = c_1$ आणि
 $a_2x + b_2y = c_2$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीची उकल
_____ आहे.
- (A) $x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$
(B) $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$
(C) $x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, y = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$
(D) $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, y = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$
16. $2x + y = 6, 7x - 4y = 6$ या एकसामयिक
समीकरणांसाठी D_y ची किंमत किती आहे?
- (A) $\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$
(C) $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 7 \end{vmatrix}$
17. x व y चले असलेल्या एकसामयिक समीकरणासाठी जर
 $D_x = 49, D_y = -63$ व $D = 7$, तर y किती? [मार्च 22]
- (A) 9 (B) 7 (C) -7 (D) -9
18. $3x - 8y = 5$ आणि $x + 2y = 1$ या एकसामयिक
समीकरणांसाठी _____
- (A) $D_x = 18, D_y = -2$. (B) $D_x = 10, D_y = -2$.
(C) $D_x = 18, D_y = 10$. (D) $D_x = -18, D_y = 2$.
19. खालील माहिती गणितीय स्वरूपात मांडा.
 y या लहान संख्येची दुपट x या मोठ्या संख्येच्या दुपटीत
मिळवली असता बेरीज 12 येते.
- (A) $2x + y = 12$ (B) $x - 2y = 12$
(C) $x + 2y = 12$ (D) $2y - x = 12$
20. दोन संख्यांची बेरीज 35 असून त्यांच्यातील फरक 13 आहे, तर
त्या दोन संख्या _____ आहेत.
- (A) 23 व 12 (B) 24 व 11
(C) 25 व 12 (D) 21 व 14
- प्रकार B: खालील प्रश्न सोडवा.**
1. जर $7x - 5y = -1$ आणि $5x - 7y = -11$ असेल, तर
 $x - y$ शोधा.
2. $4x + 5y = 19$ चा आलेख काढण्यासाठी $x = 1$ असताना
' y ' ची किंमत किती? [मार्च 22]
3. जर $\begin{vmatrix} x & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ असेल, तर x काढा.
4. दोन चलांचा वापर करून खालील माहिती गणितीय स्वरूपात
मांडा:
'दोन टेबल व पाच खुर्च्यांची किंमत ₹ 2,200 आहे.'
5. x व y चलांतील एकसामयिक समीकरणांसाठी, जर
 $Dx = 25, Dy = 40$ व $D = 5$ असेल, तर x ची किंमत काढा.
[डिसेंबर 20]
6. दिलेल्या निश्चयकांच्या किंमती काढा.
7. x व y चलांतील एकसामयिक समीकरणांसाठी,
जर $y = 5, D_y = 40$, तर D शोधा.
8. $x - 4y = 20$ आणि y अक्ष या रेषांचा छेदनबिंदू काढा.

9. जर $15x + 17y = 21$ आणि $17x + 15y = 11$ तर $x + y$ ची किमत काढा.

[मार्च 20]

10. जर $2x + 3y = 14$ व $y = 4x$, तर $x = ?$

सरावसंच 1.1 वर आधारित:

1. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

i. $x + y = 7; 3x - 2y = 11$

[2 गुण]

ii. $2x + 3y = 7; 3x - y = 5$

[2 गुण]

+ iii. $5x - 3y = 8; 3x + y = 2$

[2 गुण]

iv. $8x - 3y = 1; 34x - 3y = 14$

[2 गुण]

v. $2x + y = 10; 3x + 4y = 25$

[2 गुण]

vi. $3x - 4y = 20; x + 2y = 5$

[2 गुण]

vii. $4x + 3y = 11; 3x + 4y = 10$

[जुलै 19] [2 गुण]

viii. $x + 11y = 1; 8x + 13y = 2$

[2 गुण]

ix. $4x + \frac{y}{3} = \frac{8}{3}; \frac{x}{2} + \frac{3y}{4} = -\frac{5}{2}$

[3 गुण]

+ x. $15x + 17y = 21; 17x + 15y = 11$

[3 गुण]

xi. $49x + 51y = 499; 51x + 49y = 501$

[3 गुण]

2. खालील एकसामयिक समीकरणांसाठी $(x + y)$ व $(x - y)$ च्या किमती काढा.

$$49x - 57y = 172$$

$$57x - 49y = 252$$

[मार्च 22] [2 गुण]

सरावसंच 1.2 वर आधारित:

+ 1. $2x - y = 4$ या समीकरणाचा आलेख काढा. [2 गुण]

2. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेख पद्धतीने सोडवा.

i. $x + y = 7; x - y = 5$

[मार्च 15] [3 गुण]

ii. $x + y = 8; x - y = 2$

[मार्च 13] [3 गुण]

+ iii. $x + y = 4; 2x - y$

[3 गुण]

iv. $x + y = 5; x - y = 1$

[डिसेंबर 20] [3 गुण]

v. $4x = y - 5; y = 2x + 1$

[ऑक्टोबर 13] [3 गुण]

vi. $x + y = 0; 2x - y = 9$

[मार्च 19] [3 गुण]

vii. $x + y = 2; x - y = 4$

[जुलै 19] [3 गुण]

viii. $x + 3y = 7; 2x + y = -1$

[मार्च 22] [4 गुण]

ix. $2x + y = 6; 3x + 4y = 4$

[4 गुण]

x. $3x + 4y + 5 = 0; x - y = -4$

[4 गुण]

सरावसंच 1.3 वर आधारित:

1. खालील निश्चयकांच्या किमती काढा. [प्रत्येकी 1 गुण]

i. $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$

ii. $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 16 \end{vmatrix}$

[ऑक्टोबर 14]

iii. $\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ [मार्च 16]

+ iv. $A = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$ + v. $N = \begin{vmatrix} -8 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$

vi. $\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}$ [जुलै 17]

+ vii. $B = \begin{vmatrix} 2\sqrt{3} & 9 \\ 2 & 3\sqrt{3} \end{vmatrix}$ viii. $\begin{vmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$

2. जर $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 22$, तर m ची किमत काढा.

[जुलै 19] [2 गुण]

3. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीप्रमाणे सोडवण्यासाठी D_x आणि D_y काढा.

$$3x - y = 7; x + 4y = 11.$$

[जुलै 17] [2 गुण]

4. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीने सोडवण्यासाठी D_x आणि D_y च्या किमती काढा.

$$3x + 5y = 26$$

$$x + 5y = 22$$

[मार्च 22] [2 गुण]

5. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीनुसार सोडवा. [प्रत्येकी 3 गुण]

i. $x + y = 10; x - y = 2$

[मार्च 13]

ii. $3x - y = 7; x + 4y = 11$

[मार्च 12, 14, 17]

iii. $y = 2x - 19; 2x - 3y + 3 = 0$

iv. $3x - 4y = 7; 5x + 2y = 3$

+ v. $5x + 3y = -11; 2x + 4y = -10$

vi. $y = \frac{5x - 10}{2}; 4x + y = -5$

vii. $3x + 2y + 11 = 0; 7x - 4y = 9$

[मार्च 14]

viii. $4x + 3y = 18; 3x - 2y = 5$

[मार्च 18]

सरावसंच 1.4 वर आधारित:

1. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेखाच्या साहाय्याने सोडवा. [प्रत्येकी 4 गुण]

i. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 8; \frac{4}{x} - \frac{2}{y} = 2$ [मार्च 13]

+ ii. $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 7; \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5$

iii. $\frac{1}{3x} - \frac{1}{4y} + 1 = 0; \frac{1}{5x} + \frac{1}{2y} = \frac{4}{15}$ [मार्च 17]

iv. $\frac{6x+3y}{xy} = 6; \frac{2x+4y}{xy} = 5$

v. $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2, \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$

+ vi. $\frac{4}{x-y} + \frac{1}{x+y} = 3; \frac{2}{x-y} - \frac{3}{x+y} = 5$

vii. $\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4; \frac{5}{x+y} - \frac{5}{3(x-y)} = \frac{-2}{3}$

[मार्च 13]

viii. $\frac{2}{3x+2y} + \frac{3}{3x-2y} = \frac{17}{5}; \frac{5}{3x+2y} + \frac{1}{3x-2y} = 2$

सरावसंच 1.5 वर आधारित:

1. दोन संख्यांमधील फरक 3 असून मोठी संख्या आणि लहान संख्येची दुप्पट यांची बेरीज 15 आहे, तर लहान संख्या शोधा.

[मार्च 19] [2 गुण]

2. दोन संख्यांची बेरीज 7 असून त्यांच्यातील फरक 5 आहे, तर त्या संख्या शोधा.

[डिसेंबर 20] [2 गुण]

3. दोन संख्यांमध्ये 30 चा फरक आहे. मोठ्या संख्येची दुप्पट ही लहान संख्येच्या 7 पटीपेक्षा 5 ने कमी आहे; तर त्या संख्या शोधा.

[3 गुण]

4. आई आणि तिच्या मुलीच्या वयांची बेरीज 60 वर्षे आहे. 15 वर्षांनंतर आईचे वय मुलीच्या त्या वेळच्या वयाच्या दुप्पट होत असेल, तर त्या दोघींचे आजचे वय काय?

[3 गुण]

+5. एका आयताची परिमिती 40 सेमी आहे. आयताची लांबी ही रुंदीच्या दुपटीपेक्षा 2 सेमीने जास्त आहे, तर आयताची लांबी व रुंदी काढा.

[3 गुण]

6. एका समदविभुज त्रिकोणाची परिमिती 30 सेमी आहे. एकरूप बाजूची लांबी ही पायापेक्षा 3 सेमीने जास्त आहे, तर प्रत्येक बाजूची लांबी काढा.

[मार्च 13] [3 गुण]

7. नाटकाच्या तिकीट विक्रीच्या पहिल्या दिवशी एकूण 35 तिकिटे विकली गेली. जर तिकिटाचे दर ₹ 20 व ₹ 40 प्रति तिकीट असतील आणि एकूण ₹ 900 रक्कम जमा झाली, तर प्रत्येक दराची एकूण किती तिकिटे विकली गेली?

[मार्च 15] [3 गुण]

+8.

सेल ! सेल ! सेल !!! फक्त दोनच दिवस



माझ्याकडे काही काटे असलेली आणि काही डिजिटल घड्याळे आहेत. ती मी सवलतीच्या दरात विकणार आहे.

पहिल्या दिवसाची विक्री

काटे असलेली घड्याळे = 11

डिजिटल घड्याळे = 6

मला मिळाले = ₹ 4330

दुसऱ्या दिवसाची विक्री

काटे असलेली घड्याळे = 22

डिजिटल घड्याळे = 5

मला मिळाले = ₹ 7330

तर मी विकलेल्या प्रत्येक प्रकारच्या घड्याळाची किंमत किती?

[4 गुण]

+ 9. काही रक्कम काही मुलांना सारखी वाटली. जर 10 मुले जास्त असती, तर प्रत्येकास 2 रुपये कमी मिळाले असते आणि जर 15 मुले कमी असती, तर प्रत्येकी 6 रुपये जास्त मिळाले असते, तर एकूण रक्कम किती होती? ती रक्कम किती मुलांना वाटली?

[4 गुण]

10. शाळेतील विद्यार्थ्यांना कवायतीसाठी रांगामध्ये उभे करण्यात आले होते. जर प्रत्येक रांगेमध्ये 3 विद्यार्थी कमी उभे केले असते, तर 10 रांगा जास्त कराव्या लागल्या असत्या आणि जर प्रत्येक रांगेमध्ये 5 विद्यार्थी जास्त उभे केले असते, तर 10 रांगा कमी कराव्या लागल्या असत्या, तर कवायतीसाठी एकूण किती विद्यार्थ्यांनी सहभाग घेतला होता?

[जुलै 15] [4 गुण]

+ 11.



एक नाव 6 तासांत प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने

16 किमी व प्रवाहाच्या दिशेने 24 किमी जाते.

तीच नाव 13 तासांत प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने

36 किमी आणि प्रवाहाच्या दिशेने 48 किमी जाते.

सांगा बरे! नावेचा संथ पाण्यातील वेग व प्रवाहाचा वेग किती?

[4 गुण]

12. एक नाव 10 तासांत प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने 30 किमी आणि प्रवाहाच्या दिशेने 44 किमी अंतर जाते. तीच नाव त्याच वेगाने प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने 40 किमी आणि प्रवाहाच्या दिशेने 55 किमी अंतर 13 तासांत पार करते, तर नावेचा संथ पाण्यातील वेग काढा व प्रवाहाचा वेग काढा.

[मार्च 18][4 गुण]

- + 13. एक तीन अंकी संख्या तिच्या अंकांच्या बेरजेच्या 17 पट आहे. त्या संख्येत 198 मिळवल्यास तेच अंक उलटचा क्रमाने असलेली संख्या मिळते, तसेच एकक व शतक स्थानच्या अंकांची बेरीज ही मधल्या अंकापेक्षा 1 ने कमी आहे, तर ती तीन अंकी संख्या शोधा.
[मार्च 16, जुलै 16, 17][4 गुण]

उत्तरे

सरावासाठी कृती

- | | | | |
|---------------------|-------------------|---|--|
| 1. i. 20 | ii. 80 | iii. $\frac{Dm}{D} = \frac{20}{20} = 1$ | ii. $\frac{Dn}{D} = \frac{80}{20} = 4$ |
| 2. i. $3\sqrt{3}$ | ii. 2 | iii. 18 | iv. 0 |
| 3. i. $2x + y = 54$ | ii. $x - y = 12$ | iii. $x + y = 32$ | iv. $\frac{x}{y} = \frac{11}{5}$ |
| 4. i. $\frac{x}{y}$ | ii. $7x - 5y = 0$ | iii. $\frac{3}{4}$ | iv. $4x - 3y = -8$ |
| v. 40 | vi. 56 | | |
| 5. i. -3 | ii. -56 | iii. -14 | iv. Dx |
| v. 4 | vi. 1 | | |

एका गुणाचे प्रश्न

प्रकार A: बहुपर्यायी प्रश्न

1. (A) 2. (B) 3. (B) 4. (A) 5. (A) 6. (C) 7. (A) 8. (B) 9. (B) 10. (A)
11. (D) 12. (A) 13. (D) 14. (D) 15. (A) 16. (C) 17. (D) 18. (A) 19. (C) 20. (B)

प्रकार B: खालील प्रश्न सोडवा.

- | | | | | |
|-------|------|--------------|---------------------|-------|
| 1. -1 | 2. 3 | 3. -1 | 4. $2x + 5y = 2200$ | 5. 5 |
| 6. 2 | 7. 8 | 8. $(0, -5)$ | 9. 1 | 10. 1 |

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 1.1 वर आधारित:

1. i. $x = 5, y = 2$ ii. $x = 2, y = 1$
 iii. $x = 1, y = -1$ iv. $x = \frac{1}{2}, y = 1$
 v. $x = 3, y = 4$ vi. $x = 6, y = \frac{-1}{2}$
 vii. $x = 2, y = 1$ viii. $x = \frac{3}{25}, y = \frac{2}{25}$
 ix. $x = 1, y = -4$ x. $x = -2, y = 3$
 xi. $x = \frac{11}{2}, y = \frac{9}{2}$
 2. $x + y = 10, x - y = 4$

सरावसंच 1.2 वर आधारित:

2. i. $x = 6, y = 1$ ii. $x = 5, y = 3$
 iii. $x = 2, y = 2$ iv. $x = 3, y = 2$
 v. $x = -2, y = -3$ vi. $x = 3, y = -3$
 vii. $x = 3, y = -1$ viii. $x = -2, y = 3$
 ix. $x = 4, y = -2$ x. $x = -3, y = 1$

सरावसंच 1.3 वर आधारित:

1. i. 11 ii. 42
 iii. 10 iv. $A = 24$
 v. $N = -26$ vi. -48
 vii. $B = 0$ viii. $-\frac{1}{4}$
 2. $m = -2$



AVAILABLE NOTES FOR STD. X:

(Eng., Mar. & Semi Eng. Med.)

PERFECT SERIES

- English Kumarbharati
- मराठी अक्षरभारती
- हिंदी लोकभारती
- हिंदी लोकवाणी
- आमोदः सम्पूर्ण-संस्कृतम्
- आनन्दः संयुक्त-संस्कृतम्
- History and Political Science
- Geography
- Mathematics (Part - I)
- Mathematics (Part - II)
- Science and Technology (Part - 1)
- Science and Technology (Part - 2)

PRECISE SERIES

- Science and Technology (Part - 1)
- Science and Technology (Part - 2)
- History, Political Science and Geography

PRECISE SERIES

- My English Coursebook
- मराठी कुमारभारती
- इतिहास व राज्यशास्त्र
- भूगोल
- गणित (भाग - I)
- गणित (भाग - II)
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान (भाग - १)
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान (भाग - २)

WORKBOOK

- English Kumarbharati
- मराठी अक्षरभारती
- हिंदी लोकभारती
- My English Coursebook
- मराठी कुमारभारती

Additional Titles: (Eng., Mar. & Semi Eng. Med.)

- Grammar & Writing Skills Books (Std. X)
 - Marathi • Hindi • English
- Hindi Grammar Worksheets
- SSC 54 Question Papers & Activity Sheets With Solutions
- आमोदः(सम्पूर्ण-संस्कृतम्)
- SSC 11 Activity Sheets With Solutions
- हिंदी लोकवाणी (संयुक्त), संस्कृत-आनन्दः (संयुक्तम्)
- SSC 12 Activity Sheets With Solutions
- IQB (Important Question Bank)
- Mathematics Challenging Questions
- Geography Map & Graph Practice Book
- A Collection of Board Questions With Solutions



Scan the QR code to buy e-book version of Target's Notes on Quill - The Padhai App



Explore our range of STATIONERY



Visit Our Website

• Marketed by:

Target Publications® Pvt. Ltd.
Transforming lives through learning.

Address: 2nd floor, Aroto Industrial Premises CHS, Above Surya Eye Hospital, 63-A, P. K. Road, Mulund (W), Mumbai 400 080

Tel: 88799 39712 / 13 / 14 / 15 • **Website:** www.targetpublications.org • **Email:** mail@targetpublications.org