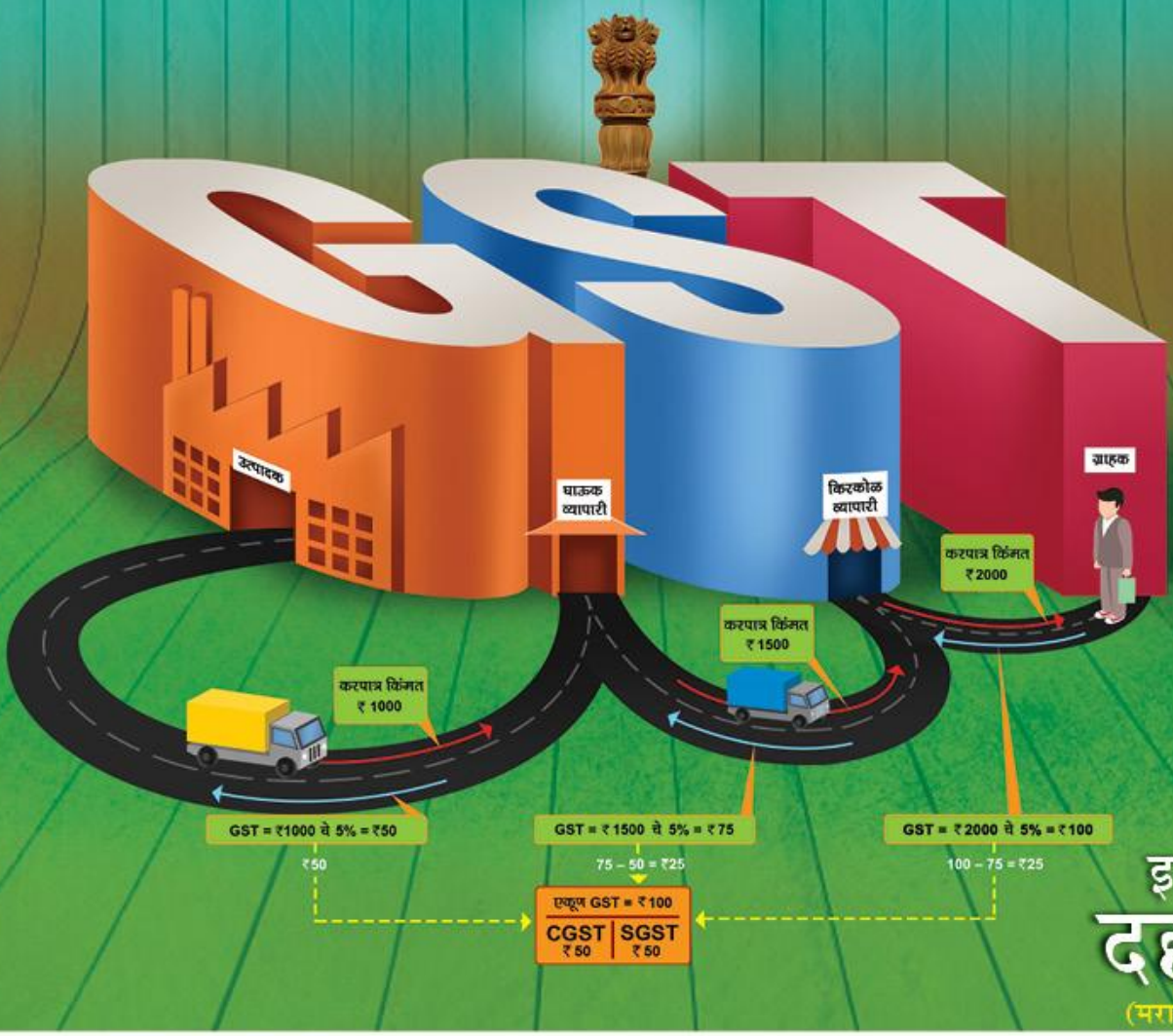
SAMPLE CONTENT

गणित भाग - I

नवीन अभ्यासक्रमावर आधारित



इयत्ता दहावी

(मराठी माध्यम)

Target Publications Pvt. Ltd.

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे
यांच्याद्वारे नियोजित नवीन अभ्यासक्रमावर आधारित

इयत्ता दहावी

गणित भाग - I

ठळक वैशिष्ट्ये

- नवीन अभ्यासक्रम व अद्ययावत प्रश्नपत्रिका प्रारूपावर आधारित.
- संपूर्ण पाठ्यक्रमाचा परिपूर्ण आढावा.
- प्रत्येक पाठाच्या सुरुवातीला सर्व प्रश्नांची प्रश्नप्रकारांनुसार विभागणी.
- सर्व सरावसंच व संकीर्ण प्रश्नसंग्रहांतील प्रश्नांची सविस्तर उकल उपलब्ध.
- सरावासाठी कृती हा नवीन विभाग अंतर्भूत.
- सरावासाठी अधिक उदाहरणे आणि बहुपर्यायी प्रश्नांचा समावेश.
- प्रश्नांची गुणांसहित मांडणी.
- प्रत्येक पाठाच्या शेवटी पाठाची उजळणी अंतर्भूत.
- अद्ययावत प्रश्नपत्रिकेच्या आराखड्यानुसार नमुना प्रश्नपत्रिकेचा समावेश.
- बोर्डाची मार्च 2019 ची प्रश्नपत्रिका समाविष्ट.

SAMPLE CONTENT

Printed at: **India Printing Works,** Mumbai

© *Target Publications Pvt. Ltd.*
No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, C.D. ROM/Audio Video Cassettes or electronic, mechanical including photocopying; recording or by any information storage and retrieval system without permission in writing from the Publisher.

Balbharati Registration No.: 2018MH0022 **TEID: 13310** P.O. No. 157551

प्रस्तावना

नमस्कार,

इयत्ता दहावीच्या नवीन अभ्यासक्रमातील गणित भाग – I या विषयासाठी पुस्तक तयार करणे हा आमच्यासाठी एक आनंददायी आणि सर्जनशील अनुभव होता. नवीन अभ्यासक्रम आणि अद्ययावत प्रश्नपत्रिका प्रारूपावर लक्ष केंद्रित करून विद्यार्थ्यांना सर्वार्थाने नवीन असे अभ्यासपूरक साहित्य उपलब्ध करून देणे हा या पुस्तक निर्मितीमागील मुख्य उद्देश आहे.

गणित भाग – I पुस्तकात अंकगणिती श्रेढी, वर्गसमीकरणे, दोन चलांतील रेषीय समीकरणे, अर्थनियोजन, संभाव्यता आणि सांख्यिकी या घटकांचा अभ्यास करावयाचा आहे. या घटकांच्या अभ्यासासाठी त्यासंबंधित संकल्पना, परिभाषा आणि सूत्रांचे सखोल आकलन होणे आवश्यक आहे, म्हणूनच अध्ययन सोपे करण्यासाठी आणि विद्यार्थ्यांचा आत्मविश्वास उंचावण्यासाठी व्यापक दृष्टिकोनातून तयार केलेले **टार्गेट प्रकाशनाचे गणित भाग- I इयत्ता दहावी** हे परिपूर्ण मार्गदर्शक आपल्या हाती देताना आम्हांला आनंद होत आहे.

प्रत्येक पाठातील सर्व सरावसंच, संकीर्ण प्रश्नसंग्रह व सरावासाठीची अधिक उदाहरणे यांची प्रश्नप्रकारांनुसार विभागणी केली आहे. वेगवेगळ्या संकल्पनांच्या सुलभ आकलनासाठी प्रत्येक सरावसंचाच्या सुरुवातीस थोडक्यात स्पष्टीकरण देण्यात आले आहे. पाठातील प्रश्न व सोडवलेली उदाहरणे सुस्पष्ट पद्धतीने उकल आणि सिद्धता यांसह मांडण्यात आली आहेत.

'पाठ्यपुस्तकातील कृती' या शीर्षकाखाली पाठातील सर्व उपक्रम आणि प्रकल्प उत्तरांसह देण्यात आले आहेत. विविध प्रश्नप्रकारांच्या विशेष सरावाकरता 'सरावासाठी कृती' हा नवीन विभाग अंतर्भूत करण्यात आला आहे.

'बहुपर्यायी प्रश्न' आणि 'सरावासाठी अधिक उदाहरणे' या शीर्षकाखाली देण्यात आलेल्या प्रश्नांमुळे विद्यार्थ्यांचे उदाहरणे सोडवण्याचे कौशल्य वाढीस लागेल. स्वयंमूल्यमापनासाठी प्रत्येक पाठाच्या शेवटी 'पाठाची उजळणी' समाविष्ट केली आहे. प्रत्येक प्रश्नासाठी गुण देण्यात आले आहेत. ते केवळ निर्देशक गुण असून शालांत परीक्षेमध्ये गुणदानाचे स्वरूप बदलू शकते.

'आव्हानात्मक प्रश्न' या स्वतंत्र पाठामध्ये संकल्पनांवर आधारित पाठ्येतर प्रश्नांचा समावेश करण्यात आला आहे. या प्रश्नांमुळे परीक्षेमध्ये विचारले जाण्याची शक्यता असलेल्या 4 गुणांच्या पाठ्येतर प्रश्नांची तयारी करण्यास विद्यार्थ्यांना मदत होईल. प्रश्नपत्रिका आराखड्यानुसार 20 % प्रश्न हे इयत्ता नववीच्या पाठ्यक्रमावर आधारित असणार आहेत. या प्रश्नांचा 'एक आणि दोन गुणांचे प्रश्न' या स्वतंत्र पाठामध्ये अंतर्भाव केला आहे.

विद्यार्थ्यांना परीक्षेच्या दृष्टीने आपली तयारी जोखता यावी यासाठी अद्ययावत प्रश्नपत्रिका आराखड्यानुसार नमुना प्रश्नपत्रिका आणि बोर्डाच्या मार्च 2019 च्या प्रश्नपत्रिकेचाही समावेश या पुस्तकात केला आहे. अद्ययावत प्रश्नपत्रिका आराखड्याचे विवेचन करणारा व्हिडिओ **Q.R. Code** च्या माध्यमातून देण्यात आला आहे.

हे पुस्तक परिपूर्ण करण्यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत, तरी पुस्तक अधिकाधिक उत्कृष्ट व्हावे, यासाठी आपल्या सूचना स्वागतार्ह आहेत. याकरता आपला अभिप्राय mail@targetpublications.org या इ-मेल पत्त्यावर पाठवावा ही नम्र विनंती.

अभिनव अभ्यासासाठी विद्यार्थ्यांना खूप शुभेच्छा !

प्रकाशक

आवृत्ती: द्वितीय

SAMPLE CONTENT

Disclaimer

This reference book is transformative work based on 'Mathematics Part - I; First Edition: 2018' published by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. We the publishers are making this reference book which constitutes as fair use of textual contents which are transformed by adding and elaborating, with a view to simplify the same to enable the students to understand, memorize and reproduce the same in examinations.

This work is purely inspired upon the course work as prescribed by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. Every care has been taken in the publication of this reference book by the Authors while creating the contents. The Authors and the Publishers shall not be responsible for any loss or damages caused to any person on account of errors or omissions which might have crept in or disagreement of any third party on the point of view expressed in the reference book.

© reserved with the Publisher for all the contents created by our Authors.

No copyright is claimed in the textual contents which are presented as part of fair dealing with a view to provide best supplementary study material for the benefit of students.

मूल्यमापन योजना

2018 – 2019 व त्या पुढील परीक्षांसाठी

गणित - भाग I	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
गणित - भाग II	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
अंतर्गत मूल्यमापन	20 गुण		
एकूण	**100 गुण**		

अंतर्गत मूल्यमापन योजना खालीलप्रमाणे राहील:

गणित - भाग I व गणित - भाग II मिळून घेतलेल्या चाचणी परीक्षेतील गुण	10 (रूपांतरित गुण)
गणित - भाग I वरील प्रात्यक्षिकासाठीचे गुण	5
गणित - भाग II वरील प्रात्यक्षिकासाठीचे गुण	5
अंतर्गत मूल्यमापनाचे एकूण गुण	**20**

- विद्यार्थ्यांसाठी वर्षभरात दोन घटक चाचण्या (गणित भाग - I साठी 20 + 20 गुणांची आणि गणित भाग - II साठी 20 + 20 गुणांची) घेऊन त्या चाचणी परीक्षांतील एकूण गुणांचे रूपांतर 10 गुणांत करावे.

प्रश्नपत्रिकेचा आराखडा

प्रश्न क्रमांक	प्रश्नांचे स्वरूप	गुण	विकल्पांसह गुण
1.	(A) 6 पैकी 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणांचे प्रश्न)	04	06
	(B) 3 पैकी 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
2.	(A) 4 पैकी 4 बहुपर्यायी प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणांचे प्रश्न)	04	04
	(B) 3 पैकी 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
3.	(A) 3 पैकी 2 कृती करा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
	(B) 3 पैकी 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
4.	4 पैकी 3 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	09	12
5.	2 पैकी 1 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 4 गुणांचे प्रश्न)	04	08
6.	2 पैकी 1 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	एकूण गुण	**40**	**60**

[**टीप:** प्रश्न क्र. 1 मधील प्रश्न इयत्ता 9 वी च्या अभ्यासक्रमावर आधारित असतील.]

[**सूचना:** अद्ययावत प्रश्नपत्रिकेच्या आराखड्याचे संपूर्ण आकलन करून घेण्याकरता शेजारील **Q.R. Code** स्कॅन करून व्हिडिओ पाहा.]

SAMPLE CONTENT

प्रश्नपत्रिकेतील गुणांची उद्‌दिष्टांनुसार गुणविभागणी खालीलप्रमाणे राहील.

गणित - भाग I	
उद्‌दिष्टे	शेकडा गुण
पूर्वज्ञान	20
ज्ञान व आकलन	30
उपयोजन	40
कौशल्य	10

गणित - भाग II	
उद्‌दिष्टे	शेकडा गुण
पूर्वज्ञान	20
ज्ञान व आकलन	30
उपयोजन	30
कौशल्य	20

[**संदर्भ:** महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे निर्मित मूल्यमापन आराखडा]

अनुक्रमणिका

क्रमांक	प्रकरणे	पृष्ठ क्र.
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	1
2	वर्गसमीकरणे	52
3	अंकगणिती श्रेढी	90
4	अर्थनियोजन	117
5	संभाव्यता	152
6	सांख्यिकी	176
	आव्हानात्मक प्रश्न (4 गुण)	240
	एक व दोन गुणांचे प्रश्न (इयत्ता 9 वी)	254
	नमुना प्रश्नपत्रिका भाग - I	261
	बोर्ड प्रश्नपत्रिका – मार्च 2019	264

पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेली उदाहरणे + या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

SAMPLE CONTENT

5 संभाव्यता

प्रश्न प्रकार	सरावसंच	प्रश्न क्रमांक
यादृच्छिक प्रयोग व त्याची निष्पत्ती.	5.1	प्र.1
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 5.1 वर आधारित)	प्र.1, 2, 3
नमुना अवकाश व नमुना घटक.	5.2	प्र. 1 ते प्र. 4
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 5.2 वर आधारित)	प्र. 1, 2, 3
घटना व घटनेतील घटकांची संख्या.	5.3	प्र.1
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 5.3 वर आधारित)	प्र.1 ते प्र.10
घटनेची संभाव्यता.	5.4	प्र.1 ते प्र.5
	सरावासाठी प्रश्न (सरावसंच 5.4 वर आधारित)	प्र.1 ते प्र.16
	संकीर्ण प्रश्नसंग्रह – 5	प्र.2 ते प्र.17

चला अभ्यास करूया

यादृच्छिक प्रयोग (Random Experiment)

ज्या प्रयोगात सर्व संभाव्य फलिते अगोदर माहीत असतात; पण त्यांपैकी कोणाबद्दल निश्चित भाकीत आपण करू शकत नाही, सर्व फलिते सत्य असण्याची शक्यता समान असते, अशा प्रयोगांना 'यादृच्छिक प्रयोग' म्हणतात.

उदा. नाणेफेक, फासा टाकणे, कार्डाच्या संचातून एक कार्ड काढणे इत्यादी.

निष्पत्ती (Outcome)

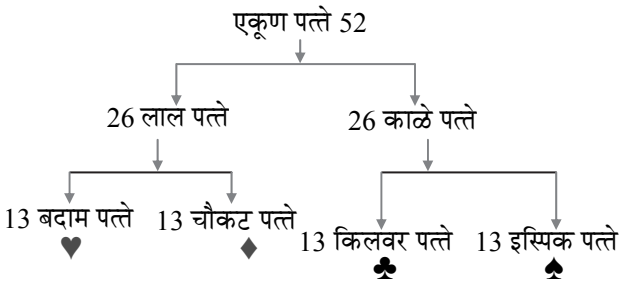
यादृच्छिक प्रयोगाच्या फलितास 'निष्पत्ती' असे म्हणतात.

उदा.

i. नाणेफेक या यादृच्छिक प्रयोगात दोन निष्पत्ती शक्य आहेत. 'छापा' (H) किंवा 'काटा' (T).

ii. फासा टाकणे या यादृच्छिक प्रयोगात 1, 2, 3, 4, 5, 6 या सहा निष्पत्ती शक्य आहेत.

iii. खेळातील पत्त्यांच्या योग्य रीतीने पिसलेल्या कॅटमधून एक पत्ता काढणे. या यादृच्छिक प्रयोगात 52 निष्पत्ती आहेत.



खेळातील पत्त्यांच्या योग्य रीतीने पिसलेल्या कॅटमध्ये चौकट, बदाम, किलवर आणि इस्पिक यांचे चार संच असतात.

प्रत्येक संचात एक्का, राजा, राणी, गुलाम, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 असे एकूण 13 पत्ते असतात.

प्रत्येक कॅटमध्ये 4 राजा, 4 राणी आणि 4 गुलाम याप्रमाणे 12 चित्रयुक्त पत्ते असतात.

टीप: एक्का हा चित्रयुक्त पत्ता नाही.

SAMPLE CONTENT

समसंभाव्य निष्पत्ती (Equally likely outcomes)

दिलेल्या निष्पत्तीपैकी कोणतीही निष्पत्ती प्राधान्यक्रमाने मिळत नसेल किंवा सर्व निष्पत्तींची समान शक्यता असेल, तर त्या समसंभाव्य निष्पत्ती आहेत असे म्हणतात.

उदा.

नाणे फेकले असता, छापा किंवा काटा मिळण्याची शक्यता समान असते. म्हणजेच, या समसंभाव्य निष्पत्ती आहेत.

परंतु, जर नाणे फेकले असता एकच पृष्ठभाग वारंवार मिळत असेल, तर ते नाणे असमतोल (biased) असते. अशा वेळी निष्पत्ती समसंभाव्य नसतात.

टीप : यादृच्छिक प्रयोगात वापरलेल्या बाबी समतोल (fair किंवा unbiased) आहेत, असे आपण गृहीत धरणार आहेत.

हे करून पाहा

1. खालील प्रयोगांपैकी कोणत्या प्रयोगात अपेक्षित निष्पत्ती मिळण्याची शक्यता जास्त आहे?

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 116)

i. एक फासा टाकून 1 मिळणे.

ii. एक नाणे फेकून छाप मिळणे.

उकल:

i. एका फाशावर सहा अंक असतात.

∴ फासा फेकला असता फाशाच्या वरच्या पृष्ठभागावर 1, 2, 3, 4, 5, 6 यांपैकी एक संख्या मिळण्याच्या सहा शक्यता संभवतात म्हणजेच $\frac{1}{6}$ ही शक्यता संभवते.

ii. नाणे फेकले असता काटा किंवा छापा अशा दोन शक्यता संभवतात. म्हणजेच $\frac{1}{2}$ ही शक्यता संभवते.

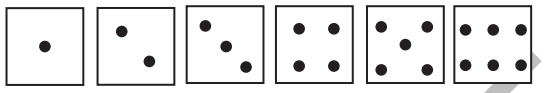
∴ दुसऱ्या प्रयोगात अपेक्षित निष्पत्ती मिळण्याची शक्यता जास्त आहे.

पाठ्यपुस्तकातील कृती

1. तुमच्याजवळ असणारा फासा एकदाच फेका, वरच्या पृष्ठभागावर टिंबे येण्याच्या कोणकोणत्या शक्यता आहेत याचा विचार करा.

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 114)

उत्तर: वरच्या पृष्ठभागावर टिंबे येण्याच्या वेगवेगळ्या सहा शक्यता आहेत.



सरावसंच 5.1

1. खालील प्रत्येक बाबतीत, किती शक्यता आहेत?

[प्रत्येकी 1 गुण]

i. वनिताला महाराष्ट्रातील खालील प्रेक्षणीय ठिकाणांची माहिती आहे. त्यांतील एका ठिकाणी मे महिन्याच्या सुट्टीत ती जाणार आहे.

अजिंठा, महाबळेश्वर, लोणार सरोवर, ताडोबा अभयारण्य, आंबोली, रायगड, माथेरान, आनंदवन.

ii. एका आठवड्यातील वार यादृच्छिक पद्धतीने निवडायचा आहे.

iii. पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता यादृच्छिक पद्धतीने निवडायचा आहे.

iv. प्रत्येक कार्डावर एक संख्या याप्रमाणे 10 पासून 20 पर्यंतच्या संख्या लिहिल्या आहेत. त्यांतून एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने निवडायचे आहे.

उकल:

i. येथे, महाराष्ट्रातील 8 प्रेक्षणीय ठिकाणे दिली आहेत.

∴ 8 प्रेक्षणीय ठिकाणांमधून एका प्रेक्षणीय ठिकाणाला भेट देणे या यादृच्छिक प्रयोगात 8 शक्यता आहेत.

---

ii. एका आठवड्यात 7 वार असतात.

∴ 7 वारांमधून एक वार निवडणे या यादृच्छिक प्रयोगात 7 शक्यता आहेत.

---

iii. पत्त्यांच्या कॅटमध्ये एकूण 52 पत्ते आहेत.

∴ 52 पत्त्यांमधून एक पत्ता निवडणे या यादृच्छिक प्रयोगात 52 शक्यता आहेत.

---

iv. 10 ते 20 पर्यंतच्या संख्या लिहिलेल्या कार्डांच्या संचात एकूण 11 संख्या आहेत.

∴ 11 कार्डांमधून एक कार्ड काढणे या यादृच्छिक प्रयोगात 11 शक्यता आहेत.

SAMPLE CONTENT

चला अभ्यास करूया

नमुना अवकाश (Sample Space)

यादृच्छिक प्रयोगात, शक्य असणाऱ्या सर्व निष्पत्तींच्या संचाला 'नमुना अवकाश' म्हणतात.
तो 'S' किंवा 'Ω' (ओमेगा) या चिन्हाने दर्शवतात.
नमुना अवकाशातील प्रत्येक घटकाला 'नमुना घटक' म्हणतात.
नमुना अवकाश S मधील घटकांची संख्या n(S) ने दर्शवतात. जर n(S) सांत असेल, तर त्याला 'सांत नमुना अवकाश' असे म्हणतात.

सांत नमुना अवकाशाची काही उदाहरणे: (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 117)

अनु क्रमांक	यादृच्छिक प्रयोग	नमुना अवकाश	नमुना घटकांची संख्या
1.	एक नाणे फेकणे.	S = {H,T}	n(S) = 2
2.	दोन नाणी फेकणे.	S = {HH, HT, TH, TT}	n(S) = **4**
3.	तीन नाणी फेकणे.	S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}	n(S) = 8
4.	एक फासा टाकणे.	S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}	n(S) = **6**
5.	दोन फासे टाकणे.	S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}	n(S) = 36
6.	1 ते 25 संख्या लिहिलेल्या कार्डांच्या संचातून एक कार्ड काढणे.	S = {1, 2, 3, 4, ……, 25}	n(S) = **25**
7.	योग्य रीतीने पिसलेल्या बावन्न पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता काढणे.	**चौकट:** एक्का, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, गुलाम, राणी, राजा **इस्पिक:** एक्का, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, गुलाम, राणी, राजा **बदाम:** एक्का, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, गुलाम, राणी, राजा **किलवर:** एक्का, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, गुलाम, राणी, राजा	n(S) = 52

लक्षात ठेवा

i. दोन नाणी एकाच वेळी फेकणे किंवा एक नाणे दोनदा फेकणे या दोन्ही यादृच्छिक प्रयोगात नमुना अवकाश सारखाच असतो. हेच तीन नाण्यांच्या बाबतीत सत्य असते.
ii. दोन फासे एकाच वेळी फेकणे किंवा एक फासा दोनदा फेकणे या दोन्हींसाठी नमुना अवकाश सारखाच असतो.

सरावसंच 5.2

1. खालील प्रत्येक प्रयोगासाठी नमुना अवकाश 'S' व त्यातील नमुना घटकांची संख्या n(S) लिहा. **[प्रत्येकी 1 गुण]**

i. एक फासा व एक नाणे एकाच वेळी फेकणे
ii. 2, 3, 5 या अंकांपासून, अंकांची पुनरावृत्ती न करता, दोन अंकी संख्या तयार करणे.

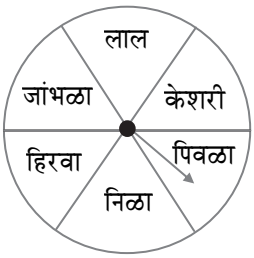
उकल:

i. नमुना अवकाश,
S = {(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (H, 5), (H, 6), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)}
∴ n(S) = 12

ii. नमुना अवकाश,
S = {23, 25, 32, 35, 52, 53}
∴ n(S) = 6

SAMPLE CONTENT

2. सहा रंगांच्या तबकडीवरील बाण फिरवल्यावर तो कोणत्या रंगावर स्थिर होतो हे पाहणे. [1 गुण]



उकल:

वरील तबकडीवर एकूण सहा रंग आहेत.

नमुना अवकाश,

S = {लाल, केशरी, पिवळा, निळा, हिरवा, जांभळा}

∴ n(S) = 6

∴ **बाण 6 पैकी कोणत्याही एका रंगांवर स्थिर होऊ शकतो.**

---

3. वर्ष 2019 च्या मार्च महिन्यातील 5 च्या पटीत येणाऱ्या तारखेचा वार मिळवणे. (खालील कॅलेंडरचे पान पाहा.) [1 गुण]

मार्च 2019						
सोम	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि	रवि
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

उकल:

5 च्या पटीत येणाऱ्या तारखा:

5, 10, 15, 20, 25, 30

∴ S = {मंगळवार, रविवार, शुक्रवार, बुधवार, सोमवार, शनिवार}

∴ n(S) = 6

∴ **5 च्या पटीत येणाऱ्या तारखेचे वार मंगळवार, रविवार, शुक्रवार, बुधवार, सोमवार व शनिवार असू शकतात.**

---

4. दोन मुलगे (B_1, B_2) व दोन मुली (G_1, G_2) यांच्यातून दोघांची एक रस्ता सुरक्षा समिती बनवायची आहे, तर यासाठी नमुना अवकाश लिहिण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा. [2 गुण]

उकल:

i. दोन मुलांची समिती = $\boxed{B_1B_2}$

ii. दोन मुलींची समिती = $\boxed{G_1G_2}$

iii. एक मुलगा व एक मुलगी यांनी मिळून तयार होणारी समिती

= $\boxed{B_1G_1}$ $\boxed{B_1G_2}$ $\boxed{B_2G_1}$ $\boxed{B_2G_2}$

∴ नमुना अवकाश

= $\{B_1B_2, G_1G_2, B_1G_1, B_1G_2, B_2G_1, B_2G_2\}$

चला अभ्यास करूया

घटना (Event)

विशिष्ट अट पूर्ण करणाऱ्या निष्पत्तीला अपेक्षित निष्पत्ती म्हणतात.

नमुना अवकाशातील अपेक्षित निष्पत्तीच्या संचाला **'घटना'** म्हणतात.

या घटना इंग्रजीतील पहिल्या लिपीतल्या A, B, C, D, ... (S वगळून) अक्षरांनी दर्शवतात.

घटना A मधील घटकांची संख्या n (A) ते दर्शवतात.

टीप: घटना ही नमुना अवकाशचा उपसंच असते.

उदा:

1. समजा, एक नाणे फेकले असता,

घटना A साठी अट, एक छापा मिळणे अशी आहे.

नमुना अवकाश, S = {H, T}

∴ A = {H}

∴ n(A) = 1

2. एक फासा टाकला असता,

घटना A साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर विषम संख्या मिळणे अशी आहे.

नमुना अवकाश, S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

∴ A = {1, 3, 5}

∴ n(A) = 3

अधिक माहितीसाठी

घटनेचे प्रकार (Types of events)

1. **निश्चित घटना (Certain Event)** :
ज्या घटनेत नमुना अवकाशातील सर्व नमुना घटक असतात त्याला निश्चित घटना म्हणतात. निश्चित घटना ही नमुना अवकाशच असते.

2. **अशक्य घटना (Impossible Event)**:
ज्या घटनेत नमुना अवकाशातील एकही घटक नसतो त्या घटनेला 'अशक्य घटना' म्हणतात. अशक्य घटना 'ϕ' ने दर्शवतात.

3. **एकघटकी घटना (Elementary Event)** :
एखाद्या घटनेमध्ये एकच नमुना घटक असतो, त्याला 'एकघटकी घटना' म्हणतात.

SAMPLE CONTENT

4. पूरक घटना (Complement of an Event) :

समजा, A ही S या नमुना अवकाशामधील घटना आहे, तर S मधील असे सर्व घटक, की जे A मध्ये नाहीत त्या संचास Aची 'पूरक घटना' म्हणतात.

5. परस्पर अपवर्जी घटना (Mutually Exclusive Events):

समजा, S हा नमुना अवकाश आहे. A आणि B या S मधील घटना आहेत. जर A आणि B मध्ये एकही नमुना घटक सामयिक नसेल, तर त्यांना 'परस्पर अपवर्जी घटना' म्हणतात.

6. सर्वसमावेशी घटना (Exhaustive Events):

जर S हा नमुना अवकाश आणि A आणि B या S मधील घटना असतील आणि $A \cup B = S$, तर A आणि B ह्या सर्वसमावेशी घटना असतात.

सरावसंच 5.3

1. खालील प्रत्येक प्रयोगासाठी नमुना अवकाश 'S' त्यातील नमुना घटकांची संख्या n(S), तसेच घटना A, B, C संच स्वरूपात लिहा आणि n(A), n(B) आणि n(C) लिहा. [प्रत्येकी 3 गुण]

i. एक फासा टाकला असता,

घटना A साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर सम संख्या मिळणे अशी आहे.

घटना B साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर विषम संख्या मिळणे अशी आहे.

घटना C साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर मूळ संख्या मिळणे अशी आहे.

ii. दोन फासे एकाच वेळी टाकले असता,

घटना A साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 6 च्या पटीत असणे अशी आहे.

घटना B साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज कमीत कमी 10 असणे अशी आहे.

घटना C साठी अट, दोन्ही फाशांवरील अंक समान असणे अशी आहे.

iii. तीन नाणी एकाच वेळी फेकली असता,

घटना A साठी अट, कमीत कमी दोन छाप मिळणे अशी आहे.

घटना B साठी अट, एकही छाप न मिळणे अशी आहे.

घटना C साठी अट, दुसऱ्या नाण्यावर छाप मिळणे अशी आहे.

iv. अंकांची पुनरावृत्ती न करता 0, 1, 2, 3, 4, 5 या अंकांपासून दोन अंकी संख्या तयार केल्या आहेत.

घटना A साठी अट, तयार झालेली संख्या सम संख्या मिळणे अशी आहे.

घटना B साठी अट, तयार झालेली संख्या 3 ने भाग जाणारी असणे अशी आहे.

घटना C साठी अट, तयार झालेली संख्या 50 पेक्षा मोठी असणे अशी आहे.

v. तीन पुरुष व दोन स्त्रिया यांच्यातून दोघांची 'पर्यावरण समिती' बनवायची आहे.

घटना A साठी अट, समितीत कमीत कमी एक स्त्री असावी अशी आहे.

घटना B साठी अट, समितीत एक पुरुष व एक स्त्री असावी अशी आहे.

घटना C साठी अट, समितीत एकही स्त्री नसावी अशी आहे.

vi. एक नाणे व एक फासा एकाच वेळी फेकले.

घटना A साठी अट, छाप आणि विषम संख्या मिळणे अशी आहे.

घटना B साठी अट, H किंवा T आणि सम संख्या मिळणे अशी आहे.

घटना C साठी अट, फाशावरील संख्या 7 पेक्षा मोठी आणि नाण्यावर काटा मिळणे अशी आहे.

उकल:

i. नमुना अवकाश (S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$\therefore$ n(S) = 6

घटना A साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर सम संख्या मिळणे ही आहे.

$\therefore$ A = {2, 4, 6}

$\therefore$ n(A) = 3

घटना B साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर विषम संख्या मिळणे ही आहे.

$\therefore$ B = {1, 3, 5}

$\therefore$ n(B) = 3

घटना C साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावर मूळ संख्या मिळणे ही आहे.

$\therefore$ C = {2, 3, 5}

$\therefore$ n(C) = 3

SAMPLE CONTENT

ii. नमुना अवकाश,

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

∴ n(S) = 36

घटना A साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 6 च्या पटीत असणे ही आहे.

∴ A = {(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 6)}

∴ n(A) = 6

घटना B साठी अट, वरच्या पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज कमीत कमी 10 असणे ही आहे.

कमीत कमी 10 म्हणजेच 10 किंवा 10 पेक्षा जास्त

∴ B = {(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

∴ n(B) = 6

घटना C साठी अट, दोन्ही फाशांवरील अंक समान असणे ही आहे.

∴ C = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

∴ n(C) = 6

---

iii. नमुना अवकाश,

S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}

∴ n(S) = 8

घटना A साठी अट , कमीत कमी दोन छाप मिळणे ही आहे.

∴ A = {HHT, HTH, THH, HHH}

∴ n(A) = 4

घटना B साठी अट , एकही छापा न मिळणे ही आहे.

∴ B = {TTT}

∴ n(B) = 1

घटना C साठी अट, दुसऱ्या नाण्यावर छापा मिळणे ही आहे.

∴ C = {HHH, HHT, THH, THT}

∴ n(C) = 4

---

iv. नमुना अवकाश,

(S) = {10, 12, 13, 14, 15,
20, 21, 23, 24, 25,
30, 31, 32, 34, 35,
40, 41, 42, 43, 45,
50, 51, 52, 53, 54}

∴ n(S) = 25

घटना A साठी अट , तयार झालेली संख्या सम संख्या असणे ही आहे.

∴ A = {10, 12, 14, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 42, 50, 52 , 54}

∴ n(A) = 13

घटना B साठी अट, तयार झालेली संख्या 3 ने भाग जाणारी असणे ही आहे.

∴ B = {12, 15, 21, 24, 30, 42, 45, 51, 54}

∴ n(B) = 9

घटना C साठी अट, तयार झालेली संख्या 50 पेक्षा मोठी असणे ही आहे.

∴ C = {51, 52, 53, 54}

∴ n(C) = 4

---

v. समजा, M_1, M_2, M_3, हे तीन पुरुष व W_1, W_2 या दोन स्त्रिया आहेत.

यांमधून दोन सभासदांची 'पर्यावरण' समिती तयार करायची आहे.

∴ नमुना अवकाश

S = {M_1M_2, M_1M_3, M_1W_1, M_1W_2, M_2M_3, M_2W_1, M_2W_2, M_3W_1, M_3W_2, W_1W_2}

∴ n(S) = 10

घटना A साठी अट, समितीत कमीत कमी एक स्त्री असणे ही आहे.

∴ A = {M_1W_1, M_1W_2, M_2W_1, M_2W_2, M_3W_1 M_3W_2, W_1W_2}

∴ n(A) = 7

घटना B साठी अट, समितीत एक पुरुष व एक स्त्री असणे ही आहे.

∴ B = {M_1W_1, M_1W_2, M_2W_1, M_2W_2, M_3W_1, M_3W_2}

∴ n(B) = 6

घटना C साठी अट, समितीत एकही स्त्री नसावी ही आहे.

∴ C = {M_1M_2, M_1M_3, M_2M_3}

∴ n(C) = 3

---

vi. एक नाणे व एक फासा एकाच वेळी फेकले असता, नमुना अवकाश

S = {(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (H, 5), (H, 6), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)}

∴ n(S) = 12

घटना A साठी अट, छापा आणि विषम संख्या मिळणे ही आहे.

∴ A = {(H, 1), (H, 3), (H, 5)}

∴ n(A) = 3

घटना B साठी अट, H किंवा T आणि सम संख्या मिळणे ही आहे.

∴ B = {(H, 2), (H, 4), (H, 6), (T, 2), (T, 4), (T, 6)}

∴ n(B) = 6

घटना C साठी अट , फाशावर असलेली संख्या 7 पेक्षा मोठी आणि काटा मिळणे ही आहे.

येथे, फाशावरील मोठ्यात मोठा अंक 6 आहे.

∴ घटना C ही अशक्य घटना आहे.

∴ C = { }

∴ n(C) = 0

SAMPLE CONTENT

चला अभ्यास करूया

घटनेची संभाव्यता (Probability of an event)

गणिती भाषेत एखाद्या अपेक्षित घटनेची शक्यता दर्शवणाऱ्या संख्येला 'संभाव्यता' असे म्हणतात.

एखाद्या यादृच्छिक प्रयोगाचा नमुना अवकाश 'S' असेल व त्या प्रयोगाशी संबंधित घटना 'A' असेल, तर घटना 'A' ची संभाव्यता 'P(A)' अशी दर्शवतात व ती खालील सूत्राने ठरवतात.

$\therefore \quad P(A) = \dfrac{\text{घटना 'A' मधील नमुना घटकांची संख्या}}{\text{नमुना अवकाशातील एकूण घटकांची संख्या}}$

$\therefore \quad \mathbf{P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}}$

उदा:

1. एक फासा टाकला असता वरच्या पृष्ठभागावर संयुक्त संख्या मिळणे, या घटनेची संभाव्यता काढा.

उकल:

एक फासा टाकला असता,

नमुना अवकाश (S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$\therefore \quad n(S) = 6$

समजा, घटना A: वरच्या पृष्ठभागावर संयुक्त संख्या मिळणे ही आहे असे मानू.

$\therefore \quad A = \{4, 6\}$

$\therefore \quad n(A) = 2$

$\therefore \quad P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{2}{6}$

$\therefore \quad \mathbf{P(A) = \dfrac{1}{3}}$

पाठ्यपुस्तकातील कृती

1. खालील कृती करा.

i. तुमच्या वर्गाचा एकूण पट n(S) = ☐

वर्गातील चश्मा वापरणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या n(A) = ☐

सर्व विद्यार्थ्यांमधून चश्मा घालणारा एक विद्यार्थी यादृच्छिक पद्धतीने निवडण्याची संभाव्यता

P(A) = ☐

सर्व विद्यार्थ्यांमधून चश्मा न घालणारा एक विद्यार्थी यादृच्छिक पद्धतीने निवडण्याची संभाव्यता P(B) = ☐

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 128)

(विद्यार्थी ही वरील कृती स्वत: सोडवू शकतील.)

ii. नमुना अवकाश स्वत: ठरवून खालील चौकटी भरा.

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 128)

नमुना अवकाश → S = {**1, 4, 9, 16, 25, 36**} → n(S) = **6**

घटना A साठी अट 'सम संख्या मिळणे' ही आहे. → A = {**4, 16, 36**} → n (A) = **3**

$\therefore \quad P(A) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

(इतर एखादा नमुना अवकाश स्वत: ठरवून विद्यार्थी ही कृती सोडवू शकतील.)

लक्षात ठेवा

i. संभाव्यता सांगताना किंवा लिहिताना अपूर्णांकाचा किंवा शतमानाचा वापर केला जातो.

ii. कोणत्याही घटनेची संभाव्यता ही 0 ते 1 किंवा 0% ते 100% असते.

$0 \le P(E) \le 1$ किंवा $0\ \% \le P(E) \le 100\ \%$.

सरावसंच 5.4

1. दोन नाणी फेकली असता खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. कमीत कमी एक छापा मिळणे.

ii. एकही छापा न मिळणे. **[जुलै 17]**

[3 गुण]

उकल:

नमुना अवकाश,

S = {HH, HT, TH, TT}

$\therefore \quad n(S) = 4$

i. समजा,घटना A: कमीत कमी एक छापा मिळणे, ही आहे.

$\therefore \quad A = \{HT, TH, HH\}$

$\therefore \quad n(A) = 3$

$\therefore \quad P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore \quad P(A) = \dfrac{3}{4}$

---

ii. समजा, घटना B: छापा न मिळणे, ही आहे.

$\therefore \quad B = \{TT\}$

$\therefore \quad n(B) = 1$

$\therefore \quad P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)}$

$\therefore \quad P(B) = \dfrac{1}{4}$

$\therefore \quad \mathbf{P(A) = \dfrac{3}{4}\ ;\ P(B) = \dfrac{1}{4}}$

SAMPLE CONTENT

2. दोन फासे एकाच वेळी टाकले असता खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज कमीत कमी 10 असणे. **[ऑक्टोबर 14]**

ii. पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 33 असणे.

iii. पहिल्या फाशावरील अंक दुसऱ्या फाशावरील अंकापेक्षा मोठा असणे. **[ऑक्टोबर 14]**

[3 गुण]

उकल:

नमुना अवकाश

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

$\therefore$ n(S) = 36

i. समजा, घटना A : पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज कमीत कमी 10 असणे, ही आहे.

$\therefore$ A = {(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

$\therefore$ n(A) = 6

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{6}$

---

ii. समजा, घटना B : पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 33 असणे, ही आहे.

पृष्ठभागावरील अंकाची बेरीज जास्तीत जास्त 12 असू शकते.

$\therefore$ घटना B ही अशक्य घटना आहे.

$\therefore$ B = { }

$\therefore$ n(B) = 0

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{36}$

$\therefore$ P(B) = 0

---

iii. समजा, घटना C: पहिल्या फाशावरील अंक दुसऱ्या फाशावरील अंकापेक्षा मोठा असणे, ही आहे.

$\therefore$ C = {(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5 ,3), (5, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)}

$\therefore$ n(C) = 15

$\therefore$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36}$

$\therefore$ $P(C) = \frac{5}{12}$

$\therefore$ **$P(A) = \frac{1}{6}$; P(B) = 0; $P(C) = \frac{5}{12}$**

3. एका पेटीत 15 तिकिटे आहेत. प्रत्येक तिकिटावर 1 ते 15 पैकी एक संख्या लिहिलेली आहे. त्या पेटीतून एक तिकीट यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर तिकिटावरची संख्या ही _____

i. सम संख्या असणे.

ii. संख्या 5 च्या पटीत असणे या घटनांची संभाव्यता काढा. **[2 गुण]**

उकल:

नमुना अवकाश,

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}

$\therefore$ n(S) = 15

i. समजा, घटना A: तिकिटावरची संख्या सम संख्या असणे, ही आहे.

$\therefore$ A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}

$\therefore$ n(A) = 7

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{7}{15}$

---

ii. समजा, घटना B: तिकिटावरची संख्या 5 च्या पटीत असणे, ही आहे.

$\therefore$ B = {5, 10, 15}

$\therefore$ n(B) = 3

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{15}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{1}{5}$

$\therefore$ **$P(A) = \frac{7}{15}$; $P(B) = \frac{1}{5}$**

---

4. अंकांची पुनरावृत्ती न करता 2, 3, 5, 7, 9 या अंकांपासून दोन अंकी संख्या तयार केली, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. ती संख्या विषम असेल.

ii. ती संख्या 5 च्या पटीत असेल. **[3 गुण]**

उकल:

नमुना अवकाश

(S) = {23, 25, 27, 29,
32, 35, 37, 39,
52, 53, 57, 59,
72, 73, 75, 79,
92, 93, 95, 97}

$\therefore$ n(S) = 20

i. समजा, घटना A : तयार केलेली संख्या विषम संख्या असणे, ही आहे.

$\therefore$ A = {23, 25, 27, 29, 35, 37, 39, 53, 57, 59, 73, 75, 79, 93, 95, 97}

SAMPLE CONTENT

$\therefore$ $n(A) = 16$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{20}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{4}{5}$

---

ii. समजा, घटना B : तयार केलेली संख्या 5 च्या पटीत असणे, ही आहे.

$\therefore$ $B = \{25, 35, 75, 95\}$

$\therefore$ $n(B) = 4$

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{20}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{1}{5}$

$\therefore$ **$P(A) = \frac{4}{5}$; $P(B) = \frac{1}{5}$**

---

5. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता काढला, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. एक्का मिळणे.

ii. इस्पिक पत्ता मिळणे. **[3 गुण]**

उकल:

एकूण 52 पत्ते आहेत,

$\therefore$ $n(S) = 52$

i. समजा, घटना A : काढलेला पत्ता एक्का असणे, ही आहे.

$\therefore$ $n(A) = 4$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{13}$

---

ii. समजा, घटना B : काढलेला पत्ता इस्पिक पत्ता मिळणे, ही आहे.

$\therefore$ $n(B) = 13$

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{1}{4}$

$\therefore$ **$P(A) = \frac{1}{13}$; $P(B) = \frac{1}{4}$**

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह – 5

1. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी अचूक पर्याय निवडा. **[प्रत्येकी 1 गुण]**

i. खालील पर्यायांपैकी कोणती संभाव्यता असू शकणार नाही?

(A) $\frac{2}{3}$ (B) 1.5

(C) 15% (D) 0.7

ii. एक फासा फेकला, तर वरच्या पृष्ठभागावर 3 पेक्षा कमी संख्या येण्याची संभाव्यता _____ असते.

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

---

iii. 1 ते 100 यांमधून निवडलेली संख्या मूळ संख्या असण्याची संभाव्यता _____ असेल.

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{6}{25}$

(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{13}{50}$

---

iv. प्रत्येक कार्डावर एक संख्या, याप्रमाणे 1 ते 40 या संख्या लिहिलेली 40 कार्डे एका पिशवीत आहेत. त्यांपैकी एक कार्ड उचलले असता त्या कार्डावरची संख्या 5 च्या पटीत असण्याची संभाव्यता _____ असेल.

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

---

v. जर $n(A) = 2$, $P(A) = \frac{1}{5}$, तर $n(S) = ?$

(A) 10 (B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

उत्तरे:

i. (B) ii. (B)

iii. (C) iv. (A)

v. (C)

क्लृप्त्या:

i. कोणत्याही घटनेची संभाव्यता 0 ते 1किंवा 0% ते 100% असते.

$\therefore$ 1.5 ही संभाव्यता असू शकणार नाही.

iii. $n(S) = 100$

घटना A : निवडलेली संख्या मूळ संख्या असणे.

$\therefore$ $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97\}$

$\therefore$ $n(A) = 25$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

SAMPLE CONTENT

2. बास्केटबॉल खेळाडू जॉन, वासिम व आकाश एका ठरावीक जागेवरून बास्केटमध्ये बॉल टाकण्याचा सराव करत होते. बास्केटमध्ये बॉल पडण्याची जॉनची संभाव्यता $\frac{4}{5}$, वसीमचा 0.83 व आकाशची 58% आहे, तर कोणाची संभाव्यता सर्वांत जास्त आहे?

[2 गुण]

उकल:

बास्केटमध्ये बॉल पडण्याची जॉनची संभाव्यता

$= \frac{4}{5} = 0.80$

बास्केटमध्ये बॉल पडण्याची वसीमची संभाव्यता = 0.83

बास्केटमध्ये बॉल पडण्याची आकाशची संभाव्यता

$= 58\% = \frac{58}{100} = 0.58$

$0.83 > 0.80 > 0.58$

∴ **बास्केटमध्ये बॉल पडण्याची वसीमची संभाव्यता सर्वांत जास्त आहे.**

---

3. एका हॉकी संघात 6 बचाव करणारे, 4 आक्रमक व एक गोलरक्षक असे खेळाडू आहेत. यादृच्छिक पद्धतीने त्यांतील एक खेळाडू संघनायक म्हणून निवडायचा आहे, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. गोलरक्षक हा संघनायक असणे.

ii. बचाव करणारा खेळाडू संघनायक असणे.

[3 गुण]

उकल:

हॉकी संघांतील एकूण खेळाडू = 6 + 4 + 1 = 11

∴ $n(S) = 11$

i. समजा, घटना A : निवडलेला संघनायक हा गोलरक्षक असणे

हॉकी संघात एकच गोलरक्षक आहे.

∴ $n(A) = 1$

∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

∴ $P(A) = \frac{1}{11}$

ii. समजा, घटना B : निवडलेला संघनायक हा बचाव करणारा खेळाडू असणे.

हॉकी संघात 6 बचाव करणारे खेळाडू आहेत.

∴ $n(B) = 6$

∴ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

∴ $P(B) = \frac{6}{11}$

∴ **$P(A) = \frac{1}{11}$; $P(B) = \frac{6}{11}$**

---

4. जोसेफने एका टोपीत प्रत्येक कार्डावर इंग्रजी वर्णमालेतील एक अक्षर याप्रमाणे सर्व अक्षरांची 26 कार्डे ठेवली आहेत. त्यांतून अक्षराचे एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने काढायचे आहे, तर काढलेले अक्षर स्वर असण्याची संभाव्यता काढा. [2 गुण]

उकल:

टोपीतील प्रत्येक कार्डावर इंग्रजी वर्णमालेतील एक अक्षर आहे.

∴ $n(S) = 26$

समजा, घटना A: काढलेल्या कार्डावरील अक्षर स्वर असणे.

इंग्रजी वर्णमालेत एकूण 5 स्वर आहेत.

∴ $A = \{a, e, i, o, u\}$

∴ $n(A) = 5$

∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{26}$

∴ **काढलेले अक्षर स्वर असण्याची संभाव्यता $\frac{5}{26}$ आहे.**

---

5. फुगेवाला 2 लाल, 3 निळे आणि 4 हिरवे अशा रंगीत फुग्यांतील एक फुगा प्रणालीला यादृच्छिक पद्धतीने देणार आहे, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. मिळालेला फुगा लाल असणे.

ii. मिळालेला फुगा निळा असणे.

iii. मिळालेला फुगा हिरवा असणे. **[3 गुण]**

उकल:

समजा, 2 लाल फुगे R_1, R_2, 3 निळे फुगे B_1, B_2, B_3 आणि 4 हिरवे फुगे G_1, G_2, G_3, G_4 मानू.

∴ नमुना अवकाश

$S = \{ R_1, R_2, B_1, B_2, B_3, G_1, G_2, G_3, G_4 \}$

∴ $n(s) = 9$

i. समजा, घटना A : प्रणालीला मिळालेला फुगा लाल असणे.

∴ $A = \{R_1, R_2\}$

∴ $n(A) = 2$

∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)}$

∴ $P(A) = \frac{2}{9}$

∴ **प्रणालीला मिळालेला फुगा लाल असण्याची संभाव्यता $\frac{2}{9}$ आहे.**

SAMPLE CONTENT

ii. समजा, घटना B: प्रणालीला मिळालेला फुगा निळा असणे.

$\therefore$ $B = \{B_1, B_2, B_3\}$

$\therefore$ $n(B) = 3$

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{9}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{1}{3}$

$\therefore$ **प्रणालीला मिळालेला फुगा निळा असण्याची संभाव्यता $\frac{1}{3}$ आहे.**

---

iii. समजा, घटना C: प्रणालीला मिळालेला फुगा हिरवा असणे.

$\therefore$ $C = \{G_1, G_2, G_3, G_4\}$

$\therefore$ $n(C) = 4$

$\therefore$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$

$\therefore$ $P(C) = \frac{4}{9}$

$\therefore$ **प्रणालीला मिळालेला फुगा हिरवा असण्याची संभाव्यता $\frac{4}{9}$ आहे.**

---

6. एका खोक्यात 5 लाल पेनं, 8 निळी पेनं आणि 3 हिरवी पेनं आहेत. यादृच्छिक पद्धतीने ऋतुजाला एक पेन काढायचे आहे, तर काढलेले पेन निळे असण्याची संभाव्यता काढा. [2 गुण]

उकल:

समजा, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ही 5 लाल पेनं, $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8$ ही आठ निळी पेनं आणि G_1, G_2, G_3 ही तीन हिरवी पेनं आहेत.

$\therefore$ नमुना अवकाश

$S = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, G_1, G_2, G_3\}$

$\therefore$ $n(S) = 16$

समजा, घटना A: ऋतुजाने काढलेले पेन निळे असणे.

$\therefore$ $A = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8\}$

$\therefore$ $n(A) = 8$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{16}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{2}$

$\therefore$ **ऋतुजाने काढलेले पेन निळे असण्याची संभाव्यता $\frac{1}{2}$ आहे.**

7. एका फाशाची सहा पृष्ठे खालीलप्रमाणे आहेत.

A	B	C	D	E	A

हा फासा एकदाच टाकला, तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. वरच्या पृष्ठभागावर 'A' मिळणे.

ii. वरच्या पृष्ठभागावर 'D' मिळणे. **[3 गुण]**

उकल:

नमुना अवकाश,

$S = \{A, B, C, D, E, A\}$

$\therefore$ $n(S) = 6$

i. समजा, घटना R वरच्या पृष्ठभागावर 'A' मिळणे.

$\therefore$ $R = \{A, A\}$

$\therefore$ $n(R) = 2$

$\therefore$ $P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{2}{6}$

$\therefore$ $P(R) = \frac{1}{3}$

---

ii. समजा, घटना Q वरच्या पृष्ठभागावर 'D' मिळणे.

'D' असणारी एकूण पृष्ठे = 1

$\therefore$ $Q = \{D\}$

$\therefore$ $n(Q) = 1$

$\therefore$ $P(Q) = \frac{n(Q)}{n(S)}$

$\therefore$ $P(Q) = \frac{1}{6}$

$\therefore$ **$P(R) = \frac{1}{3}$; $P(Q) = \frac{1}{6}$**

---

8. एका खोक्यात 30 तिकिटे आहेत. प्रत्येक तिकिटावर 1 ते 30 पैकी एकच संख्या लिहिली आहे. त्यांतून कोणतेही एक तिकीट यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. तिकिटावरील संख्या विषम असणे.

ii. तिकिटावरील संख्या पूर्ण वर्ग असणे. **[3 गुण]**

उकल:

नमुना अवकाश,

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$

$\therefore$ $n(S) = 30$

i. समजा, घटना A: ही तिकिटावरील संख्या विषम संख्या असणे.

$\therefore$ $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$

$\therefore$ $n(A) = 15$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{30}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{2}$

SAMPLE CONTENT

ii. समजा, घटना B: ही तिकिटावरील संख्या पूर्ण वर्ग असणे.

$\therefore$ $B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$

$\therefore$ $n(B) = 5$

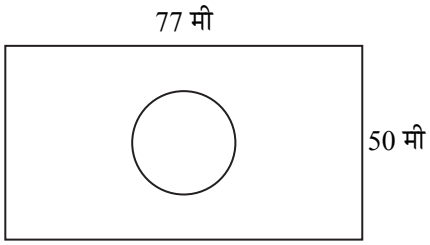
$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{30}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{1}{6}$

$\therefore$ **$P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{6}$**

---

9. एका बागेची लांबी व रुंदी अनुक्रमे 77 मीटर व 50 मीटर आहे. बागेत 14 मीटर व्यासाचे तळे आहे. बागेजवळील इमारतीच्या गच्चीवर वाळत घातलेला टॉवेल वाऱ्यामुळे उडून बागेत पडला, तर तो बागेतील तळ्यात पडला असण्याची संभाव्यता काढा.



[3 गुण]

उकल:

आयताकृती बागेचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

$= 77 \times 50$

$\therefore$ आयताकृती बागेचे क्षेत्रफळ = 3850 चौमी

तळ्याची त्रिज्या $= \frac{14}{2} = 7$ मी

वर्तुळाकार तळ्याचे क्षेत्रफळ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$\therefore$ वर्तुळाकार तळ्याचे क्षेत्रफळ = 154 चौमी

$\therefore$ टॉवेल बागेतील तळ्यात पडला असण्याची संभाव्यता,

$= \frac{\text{तळ्याचे क्षेत्रफळ}}{\text{बागेचे क्षेत्रफळ}}$

$= \frac{154}{3850}$

$= \frac{1}{25}$

$\therefore$ **टॉवेल बागेतील तळ्यात पडला असण्याची संभाव्यता $\frac{1}{25}$ आहे.**

10. संधीच्या एका खेळामध्ये 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 यांपैकी एका अंकावर बाण स्थिरावतो आणि त्या समसंभाव्य निष्पत्ती आहेत. खालील घटनांची संभाव्यता काढा. [प्रत्येकी 1 गुण]

i. तो बाण 8 या अंकावर स्थिरावणे.

ii. तो बाण विषम अंकावर स्थिरावणे.

iii. बाणाने दर्शवलेली संख्या 2 पेक्षा मोठी असणे.

iv. बाणाने दर्शवलेली संख्या 9 पेक्षा लहान असणे.

उकल:

नमुना अवकाश (S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

$\therefore$ $n(S) = 8$

i. समजा, घटना A: बाण 8 अंकावर स्थिरावणे.

$\therefore$ $A = \{8\}$

$\therefore$ $n(A) = 1$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{8}$

---

ii. समजा, घटना B: बाण विषम अंकावर स्थिरावणे.

$\therefore$ $B = \{1, 3, 5, 7\}$

$\therefore$ $n(B) = 4$

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{1}{2}$

---

iii. समजा, घटना C: बाणाने दर्शवलेली संख्या 2 पेक्षा मोठी असणे.

$\therefore$ $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\therefore$ $n(C) = 6$

$\therefore$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{8}$

$\therefore$ $P(C) = \frac{3}{4}$

---

iv. समजा, घटना D: बाणाने दर्शवलेली संख्या 9 पेक्षा लहान असणे.

$\therefore$ $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\therefore$ $n(D) = 8$

$\therefore$ $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{8}{8}$

$\therefore$ $P(D) = 1$

$\therefore$ **$P(A) = \frac{1}{8}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{3}{4}$; $P(D) = 1$**

SAMPLE CONTENT

11. प्रत्येक कार्डावर एक याप्रमाणे 0 ते 5 या पूर्णांक संख्या लिहून तयार केलेली सहा कार्डे खोक्यात ठेवली आहेत, तर खालील प्रत्येक घटनेची संभाव्यता काढा. [प्रत्येकी 1 गुण]

i. काढलेल्या कार्डावरील संख्या ही नैसर्गिक संख्या असणे.

ii. काढलेल्या कार्डावरील संख्या 1 पेक्षा लहान असणे.

iii. काढलेल्या कार्डावरील संख्या ही पूर्ण संख्या असणे.

iv. काढलेल्या कार्डावरील संख्या 5 पेक्षा मोठी असणे.

उकल:

नमुना अवकाश $(S) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$\therefore \quad n(S) = 6$

i. समजा, घटना A: कार्डावरील संख्या ही नैसर्गिक संख्या असणे.

$\therefore \quad A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\therefore \quad n(A) = 5$

$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore \quad P(A) = \frac{5}{6}$

---

ii. समजा, घटना B: कार्डावरील संख्या 1 पेक्षा लहान असणे.

$\therefore \quad B = \{0\}$

$\therefore \quad n(B) = 1$

$\therefore \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

$\therefore \quad P(B) = \frac{1}{6}$

---

iii. समजा, घटना C: कार्डावरील संख्या ही पूर्ण संख्या असणे.

$\therefore \quad C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$\therefore \quad n(C) = 6$

$\therefore \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{6}$

$\therefore \quad P(C) = 1$

---

iv. समजा, घटना D: कार्डावरील संख्या 5 पेक्षा मोठी असणे.

येथे, सर्वांत मोठी संख्या 5 आहे.

$\therefore$ घटना D ही अशक्य घटना आहे.

$\therefore \quad D = \{\ \}$

$\therefore \quad n(D) = 0$

$\therefore \quad P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{0}{6}$

$\therefore \quad P(D) = 0$

$\therefore \quad \mathbf{P(A) = \frac{5}{6}; P(B) = \frac{1}{6}; P(C) = 1; P(D) = 0}$

12. एका बॅगेत 3 लाल, 3 पांढरे व 3 हिरवे चेंडू आहेत. बॅगेतून 1 चेंडू यादृच्छिक पद्धतीने काढला असता खालील प्रत्येक घटनेची संभाव्यता काढा.

i. काढलेला चेंडू लाल असणे.

ii. काढलेला चेंडू लाल नसणे.

iii. काढलेला चेंडू लाल किंवा पांढरा असणे.

[3 गुण]

उकल:

समजा, तीन लाल चेंडू R_1, R_2, R_3, तीन पांढरे चेंडू W_1, W_2, W_3 आणि तीन हिरवे चेंडू G_1, G_2, G_3 ने दर्शवू.

$\therefore$ नमुना अवकाश,

$S = \{R_1, R_2, R_3, W_1, W_2, W_3, G_1, G_2, G_3\}$

$\therefore \quad n(S) = 9$

i. समजा, घटना A: काढलेला चेंडू लाल असणे.

$\therefore \quad A = \{R_1, R_2, R_3\}$

$\therefore \quad n(A) = 3$

$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{9}$

$\therefore \quad P(A) = \frac{1}{3}$

---

ii. समजा, घटना B: काढलेला चेंडू लाल नसणे.

$\therefore \quad B = \{W_1, W_2, W_3, G_1, G_2, G_3\}$

$\therefore \quad n(B) = 6$

$\therefore \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{9}$

$\therefore \quad P(B) = \frac{2}{3}$

---

iii. समजा, घटना C: काढलेला चेंडू लाल किंवा पांढरा असणे.

$\therefore \quad C = \{R_1, R_2, R_3, W_1, W_2, W_3\}$

$\therefore \quad n(C) = 6$

$\therefore \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{9}$

$\therefore \quad P(C) = \frac{2}{3}$

$\therefore \quad \mathbf{P(A) = \frac{1}{3}; P(B) = \frac{2}{3}; P(C) = \frac{2}{3}}$

---

13. प्रत्येक कार्डावर एक याप्रमाणे mathematics या शब्दातील सर्व अक्षरे लिहिली आणि ती कार्डे पालथी ठेवली. त्यांतून एक अक्षर उचलल्यास ते अक्षर 'm' असण्याची संभाव्यता काढा. [2 गुण]

उकल:

नमुना अवकाश

$\therefore \quad S = \{m, a, t, h, e, m, a, t, i, c, s\}$

$\therefore \quad n(S) = 11$

SAMPLE CONTENT

समजा, घटना A: कार्डावरील अक्षर 'm' असणे.

m अक्षर असलेली 2 कार्डे आहेत.

$\therefore$ $n(A) = 2$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{2}{11}$

$\therefore$ कार्डांतून एक अक्षर उचलल्यास ते अक्षर 'm' असल्याची संभाव्यता $\frac{2}{11}$ आहे.

---

14. एका शाळेतील 200 विद्यार्थ्यांपैकी 135 विद्यार्थ्यांना कबड्डी हा खेळ आवडतो व इतरांना हा खेळ आवड़त नाही. सर्व विद्यार्थ्यांतून 1 विद्यार्थी निवडला, तर त्याला कबड्डी हा खेळ आवडत नसण्याची संभाव्यता काढा. [3 गुण]

उकल:

शाळेतील एकूण विद्यार्थी = 200

$\therefore$ $n(S) = 200$

कबड्डी हा खेळ आवडणारे विद्यार्थी = 135

$\therefore$ कबड्डी हा खेळ न आवडणारे विद्यार्थी = 200 – 135 = 65

समजा, घटना A: निवडलेल्या विद्यार्थ्याला कबड्डी हा खेळ आवडत नसल्याची आहे.

$\therefore$ $n(A) = 65$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{65}{200}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{13}{40}$

$\therefore$ त्या एका विद्यार्थ्याला कबड्डी हा खेळ आवडत नसण्याची संभाव्यता $\frac{13}{40}$ आहे.

---

15. 0, 1, 2, 3, 4 यांपैकी अंक घेऊन दोन अंकी संख्या तयार करायची आहे. अंकांची पुनरावृत्ती केलेली चालेल, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. ती संख्या मूळ असणे.

ii. ती संख्या 4 च्या पटीत असणे.

iii. ती संख्या 11 च्या पटीत असणे. **[3 गुण]**

उकल:

नमुना अवकाश

$(S) = \{10, 11, 12, 13, 14,$
$20, 21, 22, 23, 24,$
$30, 31, 32, 33, 34,$
$40, 41, 42, 43, 44\}$

$\therefore$ $n(S) = 20$

i. समजा, घटना A: तयार केलेली संख्या मूळ संख्या असणे.

$\therefore$ $A = \{11, 13, 23, 31, 41, 43\}$

$\therefore$ $n(A) = 6$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{20}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{3}{10}$

---

ii. समजा, घटना B: तयार केलेली संख्या 4 च्या पटीत असणे.

$\therefore$ $B = \{12, 20, 24, 32, 40, 44\}$

$\therefore$ $n(B) = 6$

$\therefore$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{20}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{3}{10}$

---

iii. समजा, घटना C: तयार केलेली संख्या 11 च्या पटीत असणे.

$\therefore$ $C = \{11, 22, 33, 44\}$

$\therefore$ $n(C) = 4$

$\therefore$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{20}$

$\therefore$ $P(C) = \frac{1}{5}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{3}{10}$, $P(C) = \frac{1}{5}$

---

16. एका फाशाच्या पृष्ठभागावर 0, 1, 2, 3, 4, 5 या संख्या आहेत. हा फासा दोनदा फेकला, तर वरच्या पृष्ठांवर मिळालेल्या अंकांचा गुणाकार शून्य असण्याची संभाव्यता काढा. [3 गुण]

उकल:

नमुना अवकाश,

$S = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5),$
$(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5),$
$(2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5),$
$(3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5),$
$(4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5),$
$(5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$

$\therefore$ $n(S) = 36$

समजा, घटना A: वरच्या पृष्ठभागावरील अंकांचा गुणाकार शून्य असणे.

$\therefore$ $A = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5),$
$(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0), (5, 0),\}$

$\therefore$ $n(A) = 11$

$\therefore$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{11}{36}$

$\therefore$ वरच्या पृष्ठांवर मिळालेल्या अंकांचा गुणाकार शून्य असण्याची संभाव्यता $\frac{11}{36}$ आहे.

SAMPLE CONTENT

सरावासाठी कृती

1. एका फाशाची सहा पृष्ठे खालीलप्रमाणे आहेत.

A	B	C	D	E	O

एकदा फासा टाकला असता घटना M ही फाशाच्या वरच्या पृष्ठभागावर इंग्रजी वर्णमालेतील स्वर येण्याची आहे. या घटनेची संभाव्यता काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

उकल:

$S = \{\square\}$

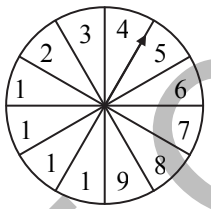
$n(S) = \square$

$M = \{\square\}$

$n(M) = \square$

---

2. लगतच्या आकृतीत, तबकडी फिरवल्यानंतर कोणत्याही एका अंकावर बाण स्थिरावतो. कोणत्याही एका अंकावर बाण स्थिरावण्याची संभाव्यता समान आहे. A ही कोणतीही एक यादृच्छिक घटना आहे, असे मानू. A ची संभाव्यता शोधण्यासाठी, खालील रिकाम्या चौकटी भरा.



उकल:

$n(S) = \square$

समजा, A ही घटना बाण पूर्ण घनसंख्या असणाऱ्या अंकावर स्थिरावणे ही आहे, असे मानू.

$A = \square$

$\therefore \quad n(A) = \square$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \square$

---

3. मॉडेल हायस्कूलमधील एका वर्गातील 42 विद्यार्थ्यांपैकी 3 विद्यार्थी चश्मा वापरतात. वर्गातील एक विद्यार्थी यादृच्छिक पद्धतीने निवडला, तर तो चश्मा वापरणारा असल्याची संभाव्यता शोधण्यासाठी खालील चौकटी पूर्ण करा.

उकल:

वर्गातील विद्यार्थ्यांचा एकूण पट 42 आहे.

$\therefore \quad n(S) = \square$,

समजा, A ही घटना वर्गातील चश्मा वापरणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या सांगणारी आहे.

$\therefore \quad n(A) = \square$

$\therefore \quad P(A) = \frac{\square}{\square}$ ...(सूत्र)

$\therefore \quad P(A) = \square$

---

4. एका शाळेतील 200 विद्यार्थ्यांपैकी 135 विद्यार्थ्यांना कबड्डी हा खेळ आवडतो व इतरांना हा खेळ आवडत नाही. सर्व विद्यार्थ्यांतून 1 विद्यार्थी निवडला, तर त्याला कबड्डी हा खेळ आवडत नसण्याची संभाव्यता काढण्यासाठी खालील चौकटी पूर्ण करा.

उकल:

शाळेतील एकूण विद्यार्थ्यांची संख्या = $n(S) = \square$

$\therefore \quad$ कबड्डी हा खेळ न आवडणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या

$= \square$

समजा, घटना A ही निवडलेल्या विद्यार्थ्याला कबड्डी हा खेळ आवडत नसल्याची आहे.

$\therefore \quad n(A) = \square$

$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore \quad P(A) = \square$

---

5. 1 ते 15 या संख्या लिहिलेली 15 कार्डे एका पिशवीत आहेत. त्यांपैकी एक कार्ड उचलले असता त्या कार्डावरची संख्या 5 च्या पटीत असण्याची 'A' या घटनेची संभाव्यता काढण्यासाठी खालील चौकटी पूर्ण करा.

उकल:

$n(S) = \square$

समजा, A ही घटना त्या कार्डावरची संख्या 5 च्या पटीत येणे ही आहे, असे मानू.

$\therefore \quad n(A) = \square$

$\therefore \quad P(A) = \frac{\square}{\square}$ ...(सूत्र)

$\therefore \quad P(A) = \square$

उत्तरे

1. $S = \{\boxed{A,B,C,D,E,O}\}$

$n(S) = \boxed{6}$

$M = \{\boxed{A,E,O}\}$

$n(M) = \boxed{3}$

SAMPLE CONTENT

2. $n(S) = \boxed{12}$

समजा, A ही घटना बाण पूर्ण घनसंख्या असणाऱ्या अंकावर स्थिरावणे ही आहे, असे मानू.

$A = \boxed{\{1, 8\}}$

$\therefore \quad n(A) = \boxed{2}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \boxed{\frac{1}{6}}$

---

3. वर्गातील विद्यार्थ्यांचा एकूण पट 42 आहे.

$\therefore \quad n(S) = \boxed{42}$

समजा, A ही घटना वर्गातील चश्मा वापरणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या सांगणारी आहे.

$\therefore \quad n(A) = \boxed{3}$

$\therefore \quad P(A) = \boxed{\frac{n(A)}{n(S)}}$

$\therefore \quad P(A) = \boxed{\frac{1}{14}}$

4. शाळेतील एकूण विद्यार्थ्यांची संख्या = $n(S) = \boxed{200}$

$\therefore$ कबड्डी हा खेळ न आवडणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या $= \boxed{65}$

समजा, घटना A ही निवडलेल्या विद्यार्थ्याला कबड्डी हा खेळ आवडत नसल्याची आहे.

$\therefore \quad n(A) = \boxed{65}$

$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore \quad P(A) = \boxed{\frac{13}{40}}$

---

5. $n(S) = \boxed{15}$

समजा, A ही घटना त्या कार्डावरची संख्या 5 च्या पटीत येणे ही आहे, असे मानू.

$\therefore \quad n(A) = \boxed{3}$

$\therefore \quad P(A) = \boxed{\frac{n(A)}{n(S)}}$

$\therefore \quad P(A) = \boxed{\frac{1}{5}}$

बहुपर्यायी प्रश्न

[प्रत्येकी 1 गुण]

1. 0, 1, 2, 3, 4, 5 या अंकांची पुनरावृत्ती करून, दोन अंकी संख्या तयार केल्या, तर $n(S) =$ _____

(A) 25 (B) 35 (C) 30 (D) 40

2. 4 मुले व 3 मुली यांच्यामधून दोन-दोनचे गट तयार केले, तर नमुना घटकांची संख्या _____ असेल.

(A) 21 (B) 12
(C) 18 (D) 15

3. दोन नाणी एकाच वेळी फेकली असता, जास्तीत जास्त एक छापा मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

4. दोन नाणी एकाच वेळी फेकली असता, जास्तीत जास्त एक काटा मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

5. एक नाणे तीनदा फेकले असता कमीत कमी एक छापा मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{8}$

6. तीन नाणी एकाच वेळी फेकली असता छापा न मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$

7. एक फासा टाकला असता, मूळ संख्या मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{5}{6}$

8. एक फासा टाकला असता, त्याच्या वरच्या पृष्ठभागावर 7 येण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$

9. एक फासा टाकला असता सम संख्या मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{5}{6}$

10. एक फासा फेकला असता, 5 पेक्षा लहान सम संख्या मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

SAMPLE CONTENT

11. दोन फासे टाकले असता, त्यांच्या वरच्या पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज जास्तीत जास्त 4 मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{11}{12}$

12. दोन फासे टाकले असता, त्यांच्या वरच्या पृष्ठभागावर समान संख्या येण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{11}{12}$

13. दोन वेगवेगळे फासे एकाचवेळी टाकले असता त्या दोघांच्या पृष्ठभागांवरही सम संख्या येण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{4}$

14. एका पुस्तकाच्या कपाटात एकूण 40 पुस्तके, 1 ते 40 या संख्या घालून योग्य रीतीने रचून ठेवली आहेत. त्यांपैकी एक पुस्तक यादृच्छिक पद्धतीने काढले असता, त्या पुस्तकावरील संख्या ही पूर्ण वर्ग असण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{3}{20}$ (B) $\frac{2}{15}$

(C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{3}$

15. यादृच्छिक पद्धतीने इंग्रजी मूळाक्षरांतील एक अक्षर निवडले असता ते अक्षर व्यंजन असण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{5}{26}$ (B) $\frac{20}{26}$

(C) $\frac{21}{26}$ (D) $\frac{1}{26}$

16. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता काढला, तर तो पत्ता राणी असण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{3}{13}$ (B) $\frac{1}{13}$

(C) $\frac{4}{13}$ (D) $\frac{2}{13}$

17. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता काढला, तर तो पत्ता एक्का असण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{3}{13}$ (B) $\frac{1}{13}$ (C) $\frac{4}{13}$ (D) $\frac{2}{13}$

18. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता यादृच्छिक पद्धतीने काढला, तर तो पत्ता संख्येचा पत्ता असण्याची संभाव्यता किती?

(A) $\frac{10}{13}$ (B) $\frac{11}{13}$

(C) $\frac{9}{13}$ (D) $\frac{12}{13}$

19. 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता निवडला असता, तो लाल रंगाचा चित्रयुक्त पत्ता असण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{3}{26}$ (B) $\frac{3}{13}$ (C) $\frac{2}{13}$ (D) $\frac{1}{2}$

20. 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता निवडला असता, तो बदामचा एक्का नसण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{4}{52}$ (B) $\frac{13}{52}$ (C) $\frac{48}{52}$ (D) $\frac{51}{52}$

21. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता काढला तर तो पत्ता लालही नाही आणि राणीही नाही अशी संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{3}{13}$ (B) $\frac{6}{13}$ (C) $\frac{4}{13}$ (D) $\frac{2}{13}$

22. जर $P(A) = \frac{1}{5}$, $n(S) = 20$, तर $n(A) = ?$

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) 4 (D) 5

23. एका मुलीने लॉटरीमध्ये प्रथम क्रमांकाचे बक्षीस पटकावण्याची संभाव्यता 0.08 अशी धरली आहे. जर लॉटरीची 6000 तिकिटे विकली गेली आहेत तर, तिने किती तिकिटे खरेदी केली असावीत?

(A) 40 (B) 240 (C) 480 (D) 750

24. 1 ते 90 अंक लिहिलेल्या 90 तबकड्या एका खोक्यात ठेवल्या आहेत. जर त्यांपैकी एक तबकडी यादृच्छिक पद्धतीने उचलली असता ती 23 पेक्षा लहान मूळ संख्या असण्याची संभाव्यता _____ असेल.

(A) $\frac{7}{90}$ (B) $\frac{10}{90}$ (C) $\frac{4}{45}$ (D) $\frac{9}{89}$

SAMPLE CONTENT

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 5.1 वर आधारित:

खालील प्रयोगांत किती शक्यता आहेत ? **[प्रत्येकी 1 गुण]**

1. मार्च महिन्यातील 1 ते 15 मधील तारीख यादृच्छिक पद्धतीने निवडायची आहे.
2. 'geography' या शब्दांतील अक्षर यादृच्छिक पद्धतीने निवडायचे आहे.
3. एका शाळेत खेळल्या जाणाऱ्या खेळांची नावे दिली आहे. यातील कोणताही एक खेळ विद्यार्थ्यांना निवडायचा आहे.
   खो-खो, क्रिकेट, फुटबॉल, कबड्डी, टेबल टेनिस.

सरावसंच 5.2 वर आधारित:

1. खालील प्रत्येक प्रयोगासाठी नमुना अवकाश 'S' व त्यातील नमुना घटकांची संख्या n(S) लिहा.
   1, 3, 7 या अंकापासून, अंकांची पुनरावृत्ती करून, दोन अंकी सख्या तयार करणे. **[1 गुण]**
2. 2019 या वर्षातील जानेवारी महिन्यातील 6 च्या पटीतील संख्येचा वार मिळवणे.

जानेवारी 2019						
रवि	सोम	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

[1 गुण]

3. तीन पुरुष (M_1, M_2, M_3) व दोन महिला (W_1, W_2) यांतील दोन जणांची एक समिती बनवायची आहे, तर यासाठी नमुना अवकाश लिहिण्याकरता खालील कृती पूर्ण करा.

   i. दोन पुरुषांची समिती = $\square$, $\square$, $\square$

   ii. दोन महिलांची समिती = $\square$

   iii. एक पुरुष व एक महिला यांची समिती = $\boxed{M_1W_1}$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$

   ∴ नमुना अवकाश = {_____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____,} **[2 गुण]**

सरावसंच 5.3 वर आधारित:

1. एक फासा टाकला असता घटना A – पृष्ठभागावर आलेली संख्या विषम संख्या आहे, तर नमुना अवकाश लिहा व घटना A संचरूपात लिहा.
   [मार्च 15; जुलै 15][1 गुण]
2. एक फासा टाकला असता, नमुना अवकाश (S) व नमुना घटक n(S) लिहा, तसेच वरच्या पृष्ठभागावर 3 च्या पटीतील संख्या मिळण्याची घटना A संचरूपात लिहा आणि n(A) लिहा. **[मार्च 14][2 गुण]**
3. दोन नाणी एकाचवेळी फेकली असता नमुना अवकाश (S) आणि n(S) लिहा. खालील घटना संच स्वरूपात लिहा आणि n(A)काढा.
   ' A ही घटना कमीत कमी एक छापा मिळण्याची आहे.'
   [मार्च 17][2 गुण]

+4. दोन नाणी एकाच वेळी फेकणे या प्रयोगासाठी नमुना अवकाश 'S' लिहा. त्यातील नमुना घटकांची संख्या n(S) लिहा. या प्रयोगासंबंधी त्यातील नमुना घटक काढा आणि खालील घटना संच स्वरूपात लिहा.
   [प्रत्येकी 2 गुण]

   i. घटना A साठी अट, कमीत कमी एक काटा मिळण्याची आहे.

   ii. घटना B साठी अट, एकच छापा मिळण्याची आहे.

   iii. घटना C साठी अट, जास्तीत जास्त एक काटा मिळण्याची आहे.

   iv. घटना D साठी अट, एकही छापा न मिळण्याची आहे.

5. एका खोक्यात 1 ते 20 संख्या लिहिलेली 20 कार्डे आहेत. त्यातून कोणतेही एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने काढले असता घटना A ही कार्डावर मिळणारी संख्या 4 च्या पटीतील आहे यावरून S, n(S), A आणि n(A) लिहा. **[मार्च 18][2 गुण]**
6. एका खोक्यात 1 ते 30 संख्या लिहिलेली 30 तिकिटे आहेत. त्यामधून यादृच्छिक पद्धतीने एक तिकीट काढले. A ही घटना तिकिटावरील संख्या पूर्ण वर्ग असण्याची आहे, तर नमुना अवकाश S, n(S), घटना A आणि n(A) लिहा. **[जुलै 15][2 गुण]**

SAMPLE CONTENT

+7. एका पिशवीत 50 कार्डे आहेत. प्रत्येक कार्डावर 1 ते 50 यांपैकी एक संख्या लिहिली आहे. त्यांतून कोणतेही एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर नमुना अवकाश 'S' लिहा.
घटना A, B व त्यांतील नमुना घटकांची संख्या लिहा.
[प्रत्येकी 2 गुण]

i. घटना A साठी अट, कार्डावरील संख्येला 6 ने भाग जाणे, ही आहे.

ii. घटना B साठी अट, कार्डावरची संख्या पूर्ण वर्ग असणे, ही आहे.

+8. 3 मुले व 2 मुली यांतून दोन विद्यार्थ्यांची स्वच्छता समिती खालील अटीप्रमाणे बनवायची आहे. नमुना अवकाश 'S' व नमुना घटकांची संख्या n(S) लिहा, तसेच खालील घटना संच स्वरूपात लिहून नमुना घटकांची संख्या लिहा.
[प्रत्येकी 2 गुण]

i. घटना A साठी अट, समितीत कमीत कमी एक मुलगी असणे, ही आहे.

ii. घटना B साठी अट, समितीत एक मुलगा व एक मुलगी असणे, ही आहे.

iii. घटना C साठी अट, समितीत फक्त मुलगे असणे, ही आहे.

iv. घटना D साठी अट, समितीत जास्तीत जास्त एक मुलगी असणे, ही आहे.

9. खालील प्रत्येक प्रयोगासाठी नमुना अवकाश 'S' त्यातील नमुना घटकांची संख्या n(S), तसेच घटना P, Q, R संच स्वरूपात लिहा. n(P), n(Q) व n(R) लिहा.

i. दोन नाणी एकाच वेळी फेकली असता,
घटना P साठी अट, दोन्ही नाण्यांवर छापा मिळणे.
घटना Q साठी अट, पहिल्या नाण्यावर काटा मिळणे.
[2 गुण]

ii. तीन नाणी एकाचवेळी फेकली असता,
घटना P साठी अट, कमीत कमी एक काटा मिळणे.
घटना Q साठी अट, एकही काटा न मिळणे.
घटना R साठी अट, दुसऱ्या नाण्यावर काटा मिळणे.
[3 गुण]

iii. 1 ते 20 संख्या लिहिलेल्या एकूण 20 चेंडू ठेवलेल्या खोक्यातून कोणताही एक चेंडू यादृच्छिक पद्धतीने काढला.
घटना P साठी अट, चेंडूवरील संख्या 4 ने भाग जाणारी असणे अशी आहे.
घटना Q साठी अट, चेंडूवरील संख्या मूळ संख्या असणे अशी आहे.
घटना R साठी अट, चेंडूवरील संख्या 15 पेक्षा लहान विषम संख्या असणे अशी आहे. **[3 गुण]**

iv. 2, 3, 5, 7, 9 या अंकांपासून, पुनरावृत्ती न करता दोन अंकी संख्या तयार केल्या आहेत.
घटना P साठी अट, तयार झालेली संख्या विषम संख्या मिळणे अशी आहे.
घटना Q साठी अट, तयार झालेली संख्या 5 च्या पटीत असणे अशी आहे.
घटना R साठी अट, तयार झालेली संख्या 75 पेक्षा मोठी असणे अशी आहे. **[3 गुण]**

v. तीन मुली व एक मुलगा यांच्यातून दोन माणसांची एक समिती बनवायची आहे.
घटना P साठी अट, समितीमध्ये कमीत कमी एक मुलगा असावा अशी आहे.
घटना Q साठी अट, समितीमध्ये दोन मुली असणे अशी आहे. **[3 गुण]**

+10. दोन फासे फेकले असता नमुना अवकाश 'S' व नमुना घटकांची संख्या n(S) लिहा. खालील अटी पूर्ण करणाऱ्या घटना संच स्वरूपात लिहा आणि त्यांतील नमुना घटकांची संख्या लिहा. **[प्रत्येकी 2 गुण]**

i. वरच्या पृष्ठभागावर येणाऱ्या अंकांची बेरीज मूळ संख्या आहे.

ii. वरच्या पृष्ठभागावर येणाऱ्या अंकांची बेरीज 5 च्या पटीत आहे.

iii. वरच्या पृष्ठभागावर येणाऱ्या अंकांची बेरीज 25 आहे.

iv. पहिल्या फाशाच्या वरच्या पृष्ठभागावर मिळालेला अंक दुसऱ्या फाशावरील अंकापेक्षा लहान आहे.

सरावसंच 5.4 वर आधारित:

+1. एक नाणे फेकले असता, खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. छापा मिळणे. ii. काटा मिळणे.
[3 गुण]

2. तीन नाणी फेकली असता खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. कमीत कमी एक काटा मिळणे.

ii. तिसऱ्या नाण्यावर छापा मिळणे. **[3 गुण]**

3. एक फासा टाकला असता खालील घटनांची संभाव्यता काढा:
घटना A : वरच्या पृष्ठभागावर 3 ने भाग जाणारी संख्या मिळणे.
घटना B : वरच्या पृष्ठभागावर 5 पेक्षा लहान संख्या मिळणे.
[मार्च 16][2 गुण]

SAMPLE CONTENT

4. एका फासा टाकला असता खालील प्रत्येक अट पूर्ण करणाऱ्या घटनेची संभाव्यता काढा. **[प्रत्येकी 1 गुण]**

+i. वरच्या पृष्ठभागावर मूळ संख्या मिळणे.

+ii. वरच्या पृष्ठभागावर मिळालेली संख्या सम असणे.

iii. वरच्या पृष्ठभागावर 7 पेक्षा लहान संख्या मिळणे.

iv. वरच्या पृष्ठभागावर विषम संख्या मिळणे.

[मार्च 13, 18]

5. दोन फासे फेकले असता खालील घटनांची संभाव्यता काढा: **[प्रत्येकी 2 गुण]**

i. पृष्ठभागावरील अंकांचा गुणाकार 12 आहे. **[मार्च 17]**

ii. पृष्ठभागावरील अंकांचा गुणाकार 10 असणारी संख्या आहे. **[जुलै 17]**

iii. पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 9 च्या पटीत आहे. **[जुलै 17]**

iv. पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज कमीत कमी 9 असणे. **[मार्च 18]**

v. पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 15 असणे. **[मार्च 18]**

vi. पहिल्या फाशावरील अंकापेक्षा दुसऱ्या फाशावरील अंक मोठा असणे. **[मार्च 18]**

6. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता यादृच्छिक पद्धतीने काढला, तर खालील घटकांची संभाव्यता काढा.

i. काळा पत्ता मिळणे.

ii. चौकट पत्ता मिळणे. **[2 गुण]**

7. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून यादृच्छिक पद्धतीने एक पत्ता काढला, तर खालील संभाव्यता काढा.

+i. तो पत्ता लाल असणे.

+ii. तो पत्ता चित्रयुक्त असणे. **[जुलै 15]**

iii. तो पत्ता राजा असणे. **[जुलै 15][3 गुण]**

+8. एका खोक्यात 5 स्ट्रॉबेरीची, 6 कॉफीची व 2 पेपरमिंटची चॉकलेट्स आहेत. त्या खोक्यातून यादृच्छिक पद्धतीने एक चॉकलेट काढले, तर -

i. काढलेले चॉकलेट कॉफीचे असणे.

ii. काढलेले चॉकलेट पेपरमिंटचे असणे या घटनांची संभाव्यता काढा. **[3 गुण]**

9. क्रिकेट संघात 6 फलंदाज, 4 गोलंदाज व 1 यष्टिरक्षक असे खेळाडू आहेत. यादृच्छिक पद्धतीने त्यातील एक खेळाडू कर्णधार म्हणून निवडायचा आहे, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. गोलंदाज हा कर्णधार असणे.

ii. यष्टिरक्षक हा कर्णधार असणे. **[3 गुण]**

10. 3 पिवळे, 4 निळे व 5 पांढरे चेंडू असलेल्या एका पेटीतून यादृच्छिक पद्धतीने कोणताही एक चेंडू काढला, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. चेंडू निळा असणे.

ii. चेंडू पांढरा किंवा पिवळा असणे.

iii. पांढरा नसणे. **[3 गुण]**

11. एका पेटीत 1 ते 40 संख्या लिहिलेली 40 तिकिटे आहेत. त्या पेटीतून एक तिकिट यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर तिकिटावरची संख्या ही

i. विषम संख्या असणे.

ii. पूर्ण वर्ग संख्या असणे

या घटनांची संभाव्यता काढा. **[3 गुण]**

12. एका खोक्यात 1 ते 20 संख्या लिहिलेली 20 कार्डे आहेत. त्यातून कोणतेही एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. कार्डावरील संख्या मूळ संख्या असणे. **[मार्च 12]**

ii. कार्डावरील संख्या पूर्ण वर्ग असणे. **[मार्च 12]**

[2 गुण]

13. तीन मुले व दोन मुली यांच्यामधून दोघांची एक समिती बनवायची आहे, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा:

घटना A : समितीमध्ये कमीत कमी एक मुलगा असणे.

घटना B : समितीमध्ये एक मुलगा व एक मुलगी असणे.

[मार्च 16][3 गुण]

14. अंकांची पुनरावृत्ती न करता 0, 1, 2, 3, 4 या अंकांपासून दोन अंकी संख्या तयार केल्या, तर खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i. तयार झालेली संख्या सम संख्या असणे.

[जुलै 16; ऑक्टोबर 12, 14]

ii. तयार झालेली संख्या मूळ संख्या असणे.

[ऑक्टोबर 12, 14][3 गुण]

15. परीक्षेतील निकालामध्ये रमेश, जय व सुनील यांची पास होण्याची संभाव्यता अनुक्रमे $\frac{3}{7}$, 0.78 व 66 % आहे, तर कोणाची संभाव्यता सर्वांत कमी आहे? **[2 गुण]**

16. एका स्पर्धेत A, B, C ही तीन मुले आहेत. A ची जिंकण्याची संभाव्यता B च्या दुप्पट आहे, तर B ची जिंकण्याची संभाव्यता C च्या दुप्पट आहे. जर $P(A) + P(B) + P(C) = 1$ असेल, तर प्रत्येकाची जिंकण्याची संभाव्यता काढा. **[मार्च 16; जुलै 16]**

[4 गुण]

SAMPLE CONTENT

पाठाची उजळणी

एकूण गुण: 20

1. A. दिलेल्या पर्यायांपैकी योग्य पर्याय निवडून लिहा. **[3]**

i. एक फासा टाकला असता, वरच्या पृष्ठभागावर 4 पेक्षा मोठी संख्या मिळण्याची संभाव्यता _____ आहे.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

ii. जर $n(S) = 36, P(A) = \frac{5}{12}$, तर $n(A) = ?$

(A) 15 (B) $\frac{12}{5}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

iii. 1, 2, 3, 4 या अंकांची पुनरावृत्ती न करता, दोन अंकी संख्या तयार केल्या, तर $n(S) =$

(A) 16 (B) 20 (C) 12 (D) 25

1. B. खालील कृती सोडवा.(कोणतीही एक) **[2]**

i. प्रत्येक कार्डावर एक याप्रमाणे 'mathematics' या शब्दातील सर्व अक्षरे लिहिली आणि ती कार्डे पालथी ठेवली. त्यांतून एक कार्ड उचलेले असता त्यावरील अक्षर स्वर असण्याची संभाव्यता काढण्यासाठी खालील चौकटी पूर्ण करा.

उकल:

'mathematics' या शब्दातील एकूण अक्षरांची संख्या 11 आहे.

$\therefore \quad n(S) =$ ☐

समजा, ही A घटना त्या उचललेल्या कार्डावरील अक्षर स्वर असणे ही आहे.

$\therefore \quad n(A) =$ ☐

$\therefore \quad P(A) =$ $\frac{\square}{\square}$ …(सूत्र)

$\therefore \quad P(A) =$ ☐

ii. खालील कृती पूर्ण करा. तीन नाणी एकाच वेळी फेकली असता नमुना अवकाश पुढीलप्रमाणे आहे.

$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$n(S) = 8$

समजा, A ही घटना दोन छापे आणि एक काटा मिळण्याची आहे.

$\therefore \quad A = \{$ ☐ $\}$

$\therefore \quad n(A) =$ ☐

समजा, B ही घटना तिसऱ्या नाण्यावर काटा मिळण्याची आहे.

$\therefore \quad B = \{$ ☐ $\}$

$\therefore \quad n(B) =$ ☐

2. खालील प्रश्न सोडवा. (कोणताही एक) **[2]**

i. एक फासा व नाणे एकाच वेळी फेकले असता, सम संख्या आणि काटा मिळण्याची संभाव्यता काढा.

ii. एका बरणीत 3 लाल, 7 हिरव्या आणि 12 सफेद गोट्या आहेत, एक गोटी यादृच्छिक पद्धतीने बरणीतून काढली असता ती गोटी हिरवी नसण्याची संभाव्यता काढा.

iii. एका खोक्यात 60 तिकिटे असून त्यावर 1 ते 60 संख्या लिहिल्या आहेत. कोणतेही एक तिकीट यादृच्छिक पद्धतीने काढले असता तिकिटावरील संख्या मूळ संख्या असणे या घटनेची संभाव्यता काढा.

SAMPLE CONTENT

3. खालील प्रश्न सोडवा. (कोणतेही दोन) **[6]**

i. एकाच वेळी दोन फासे टाकले असता, खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

a. पृष्ठभागावरील अंकांचा गुणाकार 14 असणे.

b. पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 6 च्या पटीत असणे.

c. पहिल्या फाशावरील अंक दुसऱ्या फाशावरील अंकापेक्षा मोठा असणे.

ii. योग्य रीतीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता काढला तर त्या पत्त्याची संभाव्यता शोधा.

a. चित्रयुक्त लाल पत्ता मिळणे. b. किलवर पत्ता मिळणे.

c. इस्पिकची राणी मिळणे.

iii. एका वर्तुळाकार बागेचा व्यास 70 मीटर आहे. बागेत 20 मीटर लांबीचे चौरसाकृती कांरजे आहे. एक बॉल येऊन बागेत पडला, तर तो बॉल कारंज्यात पडला असण्याची संभाव्यता काढा.

4. खालील प्रश्न सोडवा. (कोणताही एक) **[4]**

i. लीप वर्षामध्ये 53 शुक्रवार येण्याची संभाव्यता काढा.

ii. एका बरणीत हिरव्या व निळ्या रंगाच्या एकूण 24 गोट्या आहेत. बरणीतून एक गोटी यादृच्छिक पद्धतीने काढली असता ती गोटी हिरवी असण्याची संभाव्यता $\frac{2}{3}$ आहे, तर बरणीतील एकूण निळ्या गोट्यांची संख्या काढा.

5. खालील प्रश्न सोडवा. (कोणताही एक) **[3]**

i. योग्य रीतीने पिसलेल्या पत्त्यांच्या कॅटमधून यादृच्छिक पद्धतीने एक पत्ता काढला असता, खालील प्रयोगांपैकी कोणत्या प्रयोगात अपेक्षित निष्पत्ती मिळण्याची संभाव्यता जास्त व कमी आहे?

a. चित्रयुक्त लाल पत्ता मिळणे. b. काळा एक्का मिळणे.

c. चौकट राजा असलेला पत्ता मिळणे. d. चौकटचा संख्या असलेला पत्ता मिळणे.

e. गुलाम किंवा राजा असलेला पत्ता मिळणे.

उत्तरे

बहुपर्यायी प्रश्न

1.	(C)	2.	(A)	3.	(A)	4.	(D)	5.	(B)	6.	(A)	7.	(B)	8.	(A)	9.	(A)	10.	(B)
11.	(C)	12.	(C)	13.	(D)	14.	(A)	15.	(C)	16.	(B)	17.	(B)	18.	(C)	19.	(A)	20.	(D)
21.	(B)	22.	(C)	23.	(C)	24.	(C)												

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 5.1 वर आधारित:

1. 15 2. 9 3. 5

सरावसंच 5.2 वर आधारित:

1. S = {11, 13, 17, 31, 33, 37, 71, 73, 77}, n(S) = 9
2. S = {रविवार, शनिवार, शुक्रवार, गुरुवार, बुधवार } n(S) = 5
3. i. M_1M_2, M_2M_3, M_3M_1
   ii. W_1W_2
   iii. M_1W_2, M_2W_1, M_2W_2, M_3W_1, M_3W_2

   नमुना अवकाश = {M_1M_2, M_2M_3, M_3M_1, W_1W_2, M_1W_1, M_1W_2, M_2W_1, M_2W_2, M_3W_1, M_3W_2}

सरावसंच 5.3 वर आधारित:

1. S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, A = {1, 3, 5}
2. S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, n (S) = 6
   A = {3, 6}, n (A) = 2
3. S = {HH, HT, TH, TT}, n(S) = 4
   A = {HT, TH, HH}, n(A) = 3
4. S = {HH, HT, TH, TT}, n(S) = 4
   i. A = {HT, TH, TT}, n(A) = 3
   ii. B = {HT, TH}, n(B) = 2
   iii. C = {HH, HT, TH}, n(C) = 3
   iv. D = {TT}, n(D) = 1

SAMPLE CONTENT

5. $S = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 20\}$, $n(S) = 20$,
$A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$, $n(A) = 5$

6. $S = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 30\}$, $n(S) = 30$,
$A = \{1, 4, 9, 16, 25\}$, $n(A) = 5$

7. $S = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 50\}$, $n(S) = 50$
$A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$, $n(A) = 8$
$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$, $n(B) = 7$

8. $S = \{B_1B_2, B_1B_3, B_2B_3, B_1G_1, B_1G_2, B_2G_1, B_2G_2, B_3G_1, B_3G_2, G_1G_2\}$, $n(S) = 10$
$A = \{B_1G_1, B_1G_2, B_2G_1, B_2G_2, B_3G_1, B_3G_2, G_1G_2\}$, $n(A) = 7$
$B = \{B_1G_1, B_1G_2, B_2G_1, B_2G_2, B_3G_1, B_3G_2\}$, $n(B) = 6$
$C = \{B_1B_2, B_1B_3, B_2B_3\}$, $n(C) = 3$
$D = \{B_1B_2, B_1B_3, B_2B_3, B_1G_1, B_1G_2, B_2G_1, B_2G_2, B_3G_1, B_3G_2\}$, $n(D) = 9$

9.

i. $S = \{HH, HT, TH, TT\}$, $n(S) = 4$
$P = \{HH\}$, $n(P) = 1$
$Q = \{TH, TT\}$, $n(Q) = 2$

ii. $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$, $n(S) = 8$
$P = \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$, $n(P) = 7$
$Q = \{HHH\}$, $n(Q) = 1$
$R = \{HTH, HTT, TTH, TTT\}$, $n(R) = 4$

iii. $S = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 20\}$, $n(S) = 20$
$P = \{4, 8, 12, 16, 20\}$, $n(P) = 5$
$Q = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $n(Q) = 8$
$R = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$, $n(R) = 7$

iv. $S = \{23, 25, 27, 29, 32, 35, 37, 39, 52, 53, 57, 59, 72, 73, 75, 79, 92, 93, 95, 97\}$, $n(S) = 20$
$P = \{23, 25, 27, 29, 35, 37, 39, 53, 57, 59, 73, 75, 79, 93, 95, 97\}$, $n(P) = 16$
$Q = \{25, 35, 75, 95\}$, $n(Q) = 4$
$R = \{79, 92, 93, 95, 97\}$, $n(R) = 5$

v. $S = \{B_1G_1, B_1G_2, B_1G_3, G_1G_2, G_1G_3, G_2G_3\}$, $n(S) = 6$
$P = \{B_1G_1, B_1G_2, B_1G_3\}$, $n(P) = 3$
$Q = \{G_1G_2, G_1G_3, G_2G_3\}$, $n(Q) = 3$

10. $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$
$n(S) = 36$

i. $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5)\}$,
$n(E) = 15$

ii. $F = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$, $n(F) = 7$

iii. $G = \{\} = \phi$, $n(G) = 0$

iv. $H = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)\}$,
$n(H) = 15$

सरावसंच 5.4 वर आधारित:

1. i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{1}{2}$

2. i. $\frac{7}{8}$ ii. $\frac{1}{2}$

3. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$

4. i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{1}{2}$
iii. 1 iv. $\frac{1}{2}$

5. i. $\frac{1}{9}$ ii. $\frac{1}{18}$
iii. $\frac{1}{9}$ iv. $\frac{5}{18}$
v. 0 vi. $\frac{5}{12}$

6. i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{1}{4}$

7. i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{3}{13}$
iii. $\frac{1}{13}$

8. i. $\frac{6}{13}$ ii. $\frac{2}{13}$

9. i. $\frac{4}{11}$ ii. $\frac{1}{11}$

10. i. $\frac{1}{3}$ ii. $\frac{2}{3}$
iii. $\frac{7}{12}$

11. i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{3}{20}$

SAMPLE CONTENT

12. i. $\frac{2}{5}$ ii. $\frac{1}{5}$

13. $P(A) = \frac{9}{10}, P(B) = \frac{3}{5}$

14. i. $\frac{5}{8}$ ii. $\frac{5}{16}$

15. रमेश

16. $P(A) = \frac{4}{7}, P(B) = \frac{2}{7}, P(C) = \frac{1}{7}$

पाठाची उजळणी

1. A.

i. (D) ii. (A) iii. (C)

1. B.

i. 'mathematics' या शब्दातील एकूण अक्षरांची संख्या 11 आहे.

∴ $n(S) = \boxed{11}$

समजा, ही A घटना त्या उचललेल्या कार्डावरील अक्षर स्वर असणे ही आहे.

∴ $n(A) = \boxed{4}$

∴ $P(A) = \boxed{\frac{n(A)}{n(S)}}$ ∴ $P(A) = \boxed{\frac{4}{11}}$

ii. समजा, A ही घटना दोन छापे आणि एक काटा मिळण्याची आहे.

∴ $A = \{\boxed{HHT, HTH, THH}\}$

∴ $n(A) = \boxed{3}$

समजा, B ही घटना तिसऱ्या नाण्यावर काटा मिळण्याची आहे.

∴ $B = \{\boxed{HHT, HTT, THT, TTT}\}$

∴ $n(B) = \boxed{4}$

2. i. $\frac{1}{4}$ ii. $\frac{15}{22}$ iii. $\frac{17}{60}$

3. i. a. 0 b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{5}{12}$

ii. a. $\frac{3}{26}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{52}$

iii. $\frac{8}{77}$

4. i. $\frac{2}{7}$ ii. 8

5. i. कमीत कमी: काळा एक्का मिळणे.

जास्तीत जास्त: संख्या असलेला चौकटचा पत्ता मिळणे.

SAMPLE CONTENT

इयत्ता दहावी

AVAILABLE SUBJECTS:

- My English Coursebook
- हिंदी लोकभारती
- हिंदी लोकवाणी
- मराठी कुमारभारती
- गणित भाग - I
- गणित भाग - II
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान - १
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान - २
- इतिहास व राज्यशास्त्र
- भूगोल

BUY NOW

ठळक वैशिष्ट्ये:

- इयत्ता दहावीच्या प्रश्नपत्रिका आराखड्याचे व गुणविभागणीचे सविस्तर स्पष्टीकरण
- सर्व विषयांमध्ये सर्व पाठाधारित प्रश्नांचा समावेश
- सर्व विषयांच्या सर्व संकल्पनांचे सविस्तर स्पष्टीकरण
- स्वयंमूल्यमापनासाठी दोन नमुना प्रश्नपत्रिकांचा समावेश
- प्रत्येक पुस्तकात विद्यार्थ्यांना विषयाचे सखोल ज्ञान देणाऱ्या व्हिडिओजचे Q.R.Codes समाविष्ट

Target Publications Pvt. Ltd.
88799 39712 / 13 / 14 / 15
mail@targetpublications.org
www.targetpublications.org